Baden-Württemberg

REGIERUNGSPRÄSIDIUM STUTTGART
SCHULE UND BILDUNG

Anforderungen in Stochastik

in der Sekundarstufe I
anhand von „IQB-Aufgaben“

2022

Die folgende Zusammenstellung liefert eine Übersicht über grundlegende Fähigkeiten und Fertigkeiten im Bereich der Stochastik, welche die Schülerinnen und Schüler mit Blick auf die Abiturprüfung am Gymnasium benötigen. Sie soll eine Hilfe bei der Orientierung hinsichtlich der unterrichtlichen Priorisierung in der (nach-)pandemischen Schulsituation darstellen und der verstärkten Bedeutung der Stochastik in der Abiturprüfung Mathematik (sowohl im Leistungs- als auch im Basisfach) Rechnung tragen. Selbstverständlich ist der Bildungsplan in Gänze Grundlage für den Unterricht. Im Bestreben, einen erfolgreichen Verlauf der Schullaufbahn der Schülerinnen und Schüler zu erreichen, soll das Folgende als Hinweis für eine Priorisierung im Sinne einer Schwerpunkt- bzw. „Leichtpunkt“setzung für den Unterricht verstanden werden.

Für die schriftliche Abiturprüfung ab dem Jahr 2024 werden in Mathematik zukünftig mindestens 50% der Aufgaben unverändert aus dem ländergemeinsamen Aufgabenpool („IQB-Aufgaben“) übernommen werden.
Grundlage der Überlegungen für die vorliegende Zusammenstellung war daher, die in den Standards der Sekundarstufe I des Bildungsplans 2016 ausgewiesenen inhaltsbezogenen Kompetenzen der Leitidee Daten und Zufall den bisher bekannten „IQB-Aufgaben“ auf grundlegendem Niveau zuzuordnen.

Nach dem tabellarischen Überblick der Zuordnung einzelner Items inhaltsbezogener Kompetenzen aus dem Bildungsplan der Standardstufen 7/8 bzw. 9/10 zu exemplarischen IQB-Aufgabenstellungen stellt das Papier eine Aufgabensammlung bereit, die alle veröffentlichten Aufgaben aus dem ländergemeinsamen Pool auf grundlegendem Niveau aus dem Bereich der Stochastik bis 2021 umfasst. Dabei werden bei allen Aufgaben die konkreten Bildungsplanbezüge zum Bildungsplan 2016 der Standardstufen 7/8 bzw. 9/10 hergestellt.

Zum Lösen der betrachteten Aufgaben sind keine inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bildungsplans der Kursstufe (Basis- und Leistungsfach) notwendig.

Das Vorliegende soll also einen Anhaltspunkt dafür liefern, welche Kompetenzen bis zum Ende der Sekundarstufe I im Bereich der Stochastik angestrebt und daher auch im Unterricht in den Blick genommen werden sollen.

Klassenstufen 7/8

I. Daten aus- und bewerten

Bildungsplanbezug	**Aufgaben auf grundlegendem Niveau, die Grundfertigkeiten aus der SEK I benötigen**
3.2.5 (1) Daten aus Quellen entnehmen (2) Oberes / unteres Quartil, Median bestimmen (3) Boxplots erstellen und interpretieren (4) Aussagen zur Datenanalyse formulieren und bewerten	**Leichtpunkt für den Unterricht im Hinblick auf \`dauerhaft wachzuhalten´**

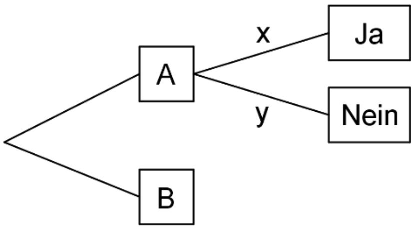
II. Wahrscheinlichkeiten verstehen und berechnen

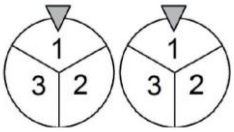
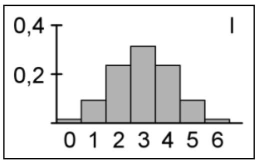
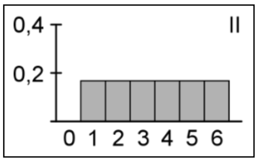
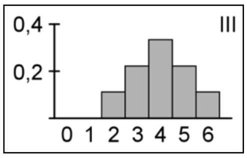
Bildungsplanbezug	**Aufgaben auf grundlegendem Niveau, die Grundfertigkeiten aus der SEK I benötigen**
(5) Bedeutung von Wahrscheinlichkeitsaussagen erklären	Bei einem Smartphone-Spiel kann jeder Spieler jeden Sonntag Sterne gewinnen. Dazu hat er jeweils zehn Versuche. Bei jedem Versuch kann nur ein Stern gewonnen werden; die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt 40%. Beurteilen Sie die folgende Aussage eines Spielers: *„Ich habe an den letzten drei Sonntagen jeweils acht Sterne gewonnen. Daher ist meine Chance, an diesem Sonntag wieder acht Sterne zu gewinnen, deutlich kleiner als vorher.“* IQB B 2021 - WTR 2 b
(6) Ergebnis und Ereignis bei Zufallsexperimenten erläutern (7) Ereignisse in geeigneter Form darstellen (unter anderem in Mengenschreibweise)	In einer Urne befinden sich fünf Kugeln, die jeweils mit einer natürlichen Zahl beschriftet sind. Drei Kugeln tragen die Zahl 4, die anderen beiden die von 4 verschiedene Zahl x. Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1-0{,}6^3$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an. IQB B 2019 - WTR 3 2a Anm.: In 9/10 wird die Mengenschreibweise fortgeführt: *Entscheiden Sie, ob der Term* $E_1 \cup \left(\overline{E_1} \cap E_2\right)$ *das Ereignis „Mindestens eines der Ereignisse* E_1 *und* E_2 *tritt ein“ beschreibt. Begründen Sie Ihre Entscheidung.* IQB B 2020 - CAS 2 1c

(8) Zufallsexperimente durchführen und auswerten (9) Wahrscheinlichkeiten mithilfe von relativen Häufigkeiten empirisch bestimmen	**Leichtpunkt für den Unterricht im Hinblick auf `dauerhaft wachzuhalten´**
(10) Anzahl der Möglichkeiten durch kombinatorische Überlegungen bestimmen	Zwei Würfel, deren Seiten jeweils mit den Ziffern 1 bis 6 durchnummeriert sind, werden geworfen. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Augensumme drei ist. IQB A 2015 - 1.2
(11) Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bestimmen	Ein Chor besteht aus zwölf Frauen und neun Männern; eine der Frauen leitet den Chor. An einer Preisverleihung dürfen zwei Mitglieder des Chors teilnehmen. Zunächst geht man davon aus, dass die Leiterin des Chors an der Preisverleihung teilnimmt und das zweite Mitglied zufällig ausgewählt wird. Geben Sie für diesen Fall die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass das zweite Mitglied eine Frau ist. IQB A 2019 - 1.1 a In einer Urne befinden sich Kugeln. 35 % der Kugeln sind mit „$+1$“ beschriftet, 25 % mit „$+2$“, die übrigen mit „-3“.Die Anzahl der in der Urne tatsächlich enthaltenen Kugeln ist n. In die Urne werden zwei zusätzliche Kugeln gelegt, eine davon ist mit „$+1$“ beschriftet, die andere mit „$+2$“. Anschließend wird eine Kugel zufällig entnommen. Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „$+1$“ beschriftet ist, durch den Term $\frac{0{,}35n+1}{n+2}$ angegeben wird. IQB B 2019 - WTR 2 3a (AB III)
(12) Wahrscheinlichkeiten über das Gegenereignis berechnen	In einem Behälter befinden sich sechs rote und vier grüne Kugeln. Zwei Kugeln werden zufällig entnommen. Ermitteln Sie für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit. A: (…) B: „Höchstens eine der entnommenen Kugeln ist rot.“ IQB A 2015 - 1.1 a
(13) Baumdiagramme erstellen (14) Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln bestimmen	Für ein zweistufiges Zufallsexperiment werden eine Münze und zwei Würfel verwendet. Beide Würfel sind auf allen sechs Seiten mit jeweils einer Zahl beschriftet, Würfel A mit 1, 2, 3, 4 ,5 und 6, Würfel B mit 1, 1, 2, 2, 3 und 3. Zunächst wird die Münze geworfen. Zeigt die Münze „Kopf“, so wird anschließend Würfel A einmal geworfen, zeigt sie „Zahl“, so wird Würfel B einmal geworfen. Die geworfene Zahl wird notiert. a) Stellen Sie das Zufallsexperiment in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die gewürfelte Zahl gerade ist. IQB A 2017 - 1.2

Klassenstufen 9/10

I. Wahrscheinlichkeiten verstehen und mit Wahrscheinlichkeiten rechnen

Bildungsplanbezug	**Aufgaben auf grundlegendem Niveau, die Grundfertigkeiten aus der SEK I benötigen**
3.3.5 (1) bedingte Wahrscheinlichkeit anhand eines Beispiels erläutern	Im Rahmen einer Befragung soll ermittelt werden, wie viele Beschäftigte beabsichtigen, das Unternehmen innerhalb der nächsten zwölf Monate zu verlassen. (…) Dabei wird 70 % aller Beschäftigten die folgende Frage A zugeteilt, den übrigen Beschäftigten die folgende Frage B: A: „Beabsichtigen Sie, das Unternehmen innerhalb der nächsten zwölf Monate zu verlassen?“ B: „Beabsichtigen Sie, für die nächsten zwölf Monate im Unternehmen zu bleiben?“ Nur der befragten Person selbst ist bekannt, welche Frage ihr zugeteilt wurde. Die befragte Person beantwortet die Frage wahrheitsgemäß.  Das abgebildete Baumdiagramm stellt einen Teil des beschriebenen Verfahrens dar. Geben Sie die Bedeutung von y im Sachzusammenhang an. IQB B 2021 - WTR 3 e
(2) Vierfeldertafel erstellen und verwenden, Berechnung von bedingten Wahrscheinlichkeiten	Eine repräsentative Befragung deutscher Unternehmen ergab, dass von ihnen ♦ 10 % Onlinefortbildungen, aber keine Präsenzfortbildungen, ♦ 13 % Präsenzfortbildungen, aber keine Onlinefortbildungen und ♦ 19 % weder Online- noch Präsenzfortbildungen für ihre Beschäftigten anbieten. Ein deutsches Unternehmen wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse: E_1: „Das Unternehmen bietet Onlinefortbildungen an.“ E_2: „Das Unternehmen bietet Präsenzfortbildungen an.“ Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Unternehmen Präsenzfortbildungen anbietet, wenn bekannt ist, dass sein Angebot Onlinefortbildungen enthält. IQB B 2020 - CAS 2 1a,b

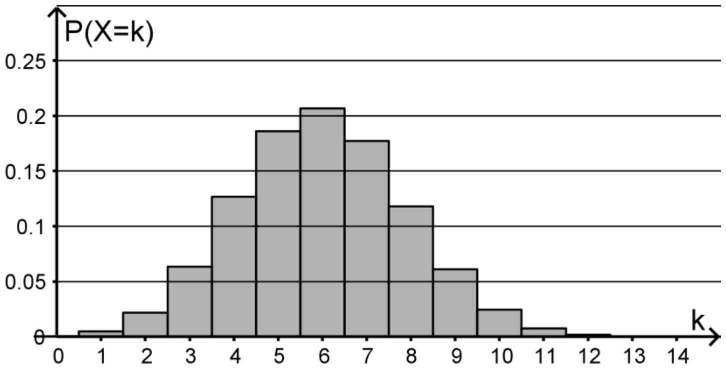
	In einer Urne U_1 befinden sich vier rote und zwei gelbe Kugeln, in einer Urne U_2 zwei rote, eine gelbe und eine blaue Kugel. Eine der beiden Urnen wurde zufällig ausgewählt; aus dieser wurde eine Kugel zufällig entnommen. Die entnommene Kugel ist gelb oder blau. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel aus der Urne U_1 stammt. IQB A 2017 - 2.1 b (AB III)
(3) Ereignisse auf stochastische Unabhängigkeit untersuchen	In einer bestimmten Region (…) werden alle Fahrprüfungen eines Jahres auf einen möglichen Zusammenhang zwischen dem Alter eines Prüflings und dem Bestehen der Prüfung hin untersucht. Von insgesamt 13879 Prüflingen waren 2482 zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt. Insgesamt haben 11104 Prüflinge die Prüfung bestanden; davon waren 8870 zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre. Ein Prüfling wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse: A: „Der Prüfling war zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt.“ B: „Der Prüfling hat die Prüfung bestanden.“ Untersuchen Sie, ob die Wahrscheinlichkeiten $P_A(B)$ und $P(B)$ übereinstimmen. Geben Sie an, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind, und interpretieren Sie Ihre Angabe im Sachzusammenhang. IQB B 2019 - WTR 1 d
(4) Ereignisse mithilfe von Zufallsgrößen beschreiben (5) Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße angeben und im Sachzusammenhang interpretieren	Betrachtet werden die folgenden Zufallsgrößen X, Y und Z: X: Augenzahl beim Werfen eines Würfels, dessen Seiten mit den Ziffern 1 bis 6 durchnummeriert sind Y: Augensumme beim Drehen der beiden abgebildeten Glücksräder Z: Anzahl der „Wappen“ beim sechsmaligen Werfen einer Münze, deren Seiten „Wappen“ bzw. „Zahl“ zeigen    Jede der Zufallsgrößen gehört zu einer der folgenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen I, II und III. Ordnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen den Zufallsgrößen zu und begründen Sie jede Ihrer Zuordnungen.    IQB A 2015 - 1.2 b

<table>
<tr>
<td>(6) Erwartungswert berechnen und im Sachkontext erläutern</td>
<td>Die Behandlung mit dem Medikament kann zu Nebenwirkungen führen. [Es] wurden Personen (…) befragt, wie lange Nebenwirkungen nach Beendigung der Behandlung andauerten. Die folgende Tabelle fasst das Ergebnis der Befragung zusammen:
<table>
<tr><td>Dauer in Monaten</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Anteil der Personen in %</td><td>5</td><td>15</td><td>45</td><td>30</td><td>5</td></tr>
</table>
Eine der befragten Personen wird zufällig ausgewählt; die Zufallsgröße X gibt die zugehörige Dauer der Nebenwirkungen in Monaten an. Berechnen Sie den Erwartungswert von X und beschreiben Sie dessen Bedeutung im Sachzusammenhang.

IQB B 2015 - CAS 1 d</td>
</tr>
</table>

II. Mit Binomialverteilungen umgehen

Bildungsplanbezug	***Aufgaben auf grundlegendem Niveau, die Grundfertigkeiten aus der SEK I benötigen***
(7) Begriffe Bernoulli-Experiment und -Kette erläutern und Bernoulli-Experimente von anderen Zufallsexperimenten unterscheiden (9) Wahrscheinlichkeiten binomialverteilter Zufallsgrößen berechnen	Das Postunternehmen Q, das jährlich etwa 60 Millionen Briefe befördert, stellt 95 % aller Briefe am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zu. Für 2000 zufällig ausgewählte Briefe wird untersucht, ob sie am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden. Begründen Sie, dass die Binomialverteilung dafür geeignet ist, Vorhersagen zum Ergebnis der Untersuchung zu treffen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: A: „Mindestens 1900 der Briefe werden am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt.“ B: „Mehr als 100 der Briefe werden nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt.“ IQB B 2020 - WTR 3 a,b
(8) Formel von Bernoulli und Bedeutung der Binomialkoeffizienten erläutern	Unter (…) 100 Personen (…) befinden sich 40 mit Abitur. Von den 100 Personen werden vier zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese vier Personen kein Abitur haben. Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $\frac{\binom{40}{2}\cdot\binom{60}{4}}{\binom{100}{6}}$ berechnet werden kann. Geben Sie das Ereignis an. IQB B 2021 - CAS 1 f,g

	Von weißen Mäusen eines Zuchtbetriebs ist bekannt, dass 20 % der Mäuse an der Krankheit A und 8 % an der Krankheit B leiden. 3 % der Mäuse leiden an beiden Krankheiten. Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1-\left(\binom{10}{9}\cdot 0{,}75^9\cdot 0{,}25^1+\binom{10}{10}\cdot 0{,}75^{10}\right)$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an. IQB A 2015 - 2.1 b (AB III)
(10) Binomialverteilung in Histogrammen graphisch darstellen und Wirkungen der Parameter n, p und k beschreiben	**Bisher liegt hierzu keine IQB-Aufgabe vor.**
(11) graphische Darstellung einer Binomialverteilung interpretieren (12) bei Binomialverteilungen den jeweils fehlenden Parameter n, p oder k bestimmen (13) Erwartungswert und Standardabweichung einer binomialverteilten Zufallsgröße berechnen und ihren Zusammenhang am Histogramm erläutern	Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße X mit den Parametern n und p.  Bestimmen Sie mithilfe der Abbildung die Wahrscheinlichkeit $P(5\leq X\leq 7)$. X hat den Erwartungswert 6 und die Varianz 3,6. Ermitteln Sie die zugehörigen Werte von n und p. IQB A 2017 - 1.1 Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den weiblichen Jugendlichen zufällig ausgewählte Person ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt, [beträgt] 40 % (…). Es werden 50 weibliche Jugendliche zufällig ausgewählt. Ermitteln Sie den kleinstmöglichen Wert von k, für den die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens k der 50 ausgewählten weiblichen Jugendlichen Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigen, mindestens 85 % beträgt. IQB B 2018 CAS - 1e (AB III)

IQB-Aufgaben
grundlegendes Niveau
Teil A

2015 – 1.1

BE

In einem Behälter befinden sich sechs rote und vier grüne Kugeln. Zwei Kugeln werden zufällig entnommen.

a Ermitteln Sie für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit: 3

A: „Beide entnommenen Kugeln sind grün.“

B: „Höchstens eine der entnommenen Kugeln ist rot.“

b Formulieren Sie für folgende Ereignisse jeweils das Gegenereignis: 2

C: „Mindestens eine der entnommenen Kugeln ist rot.“

D: „Beide entnommenen Kugeln sind rot oder beide sind grün.“

5

Erwartungshorizont

a $P(A)=\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}=\frac{2}{15}$

$P(B)=1-\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9}=\frac{2}{3}$

b $\overline{C}$:„Keine der entnommenen Kugeln ist rot.“
$\overline{D}$: „Die beiden entnommenen Kugeln haben unterschiedliche Farben.“

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (12), (14)

Standardstufe 10:

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen[1]**					
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	3					X			II		I	
b	2					X	II	II				I

---

[1] Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

2015 – 1.2

BE

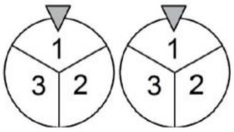
a Zwei Würfel, deren Seiten jeweils mit den Ziffern 1 bis 6 durchnummeriert sind, werden geworfen. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Augensumme drei ist. 1

b Betrachtet werden die folgenden Zufallsgrößen X, Y und Z: 4

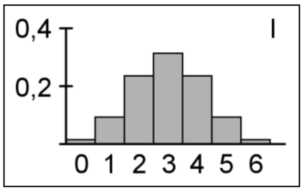
X: Augenzahl beim Werfen eines Würfels, dessen Seiten mit den Ziffern 1 bis 6 durchnummeriert sind

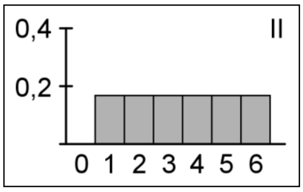
Y: Augensumme beim Drehen der beiden abgebildeten Glücksräder

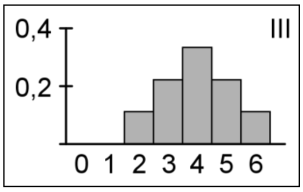
Z: Anzahl der „Wappen“ beim sechsmaligen Werfen einer Münze, deren Seiten „Wappen“ bzw. „Zahl“ zeigen



Jede der Zufallsgrößen gehört zu einer der folgenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen I, II und III. Ordnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen den Zufallsgrößen zu und begründen Sie jede Ihrer Zuordnungen.







Erwartungshorizont

A Die Wahrscheinlichkeit ist $\frac{2}{36}$.

B I-Z: Nur bei Z ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsgröße den Wert 0 annimmt, ungleich null.

II-X: Nur bei X stimmen die Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse überein.

III-Y: Nur bei Y ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsgröße den Wert 1 annimmt, gleich null.

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (10), (11)

Standardstufe 10: 3.3.5 (5), (11)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**					
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	1					X			I		I	
b	4				X	X	II		II	II		

2015 – 2.1

		BE
	Von weißen Mäusen eines Zuchtbetriebs ist bekannt, dass 20 % der Mäuse an der Krankheit A und 8 % an der Krankheit B leiden. 3 % der Mäuse leiden an beiden Krankheiten.	
a	Begründen Sie, dass der Anteil der Mäuse, die mindestens an einer der beiden Krankheiten leiden, 25 % beträgt.	2
b	Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1-\left(\binom{10}{9}\cdot 0{,}75^{9}\cdot 0{,}25^{1}+\binom{10}{10}\cdot 0{,}75^{10}\right)$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an.	3
		5

Erwartungshorizont

		BE
a	17 % der Mäuse leiden nur an der Krankheit A, 5 % nur an der Krankheit B. Damit: $17\,\% + 5\,\% + 3\,\% = 25\,\%$	2
b	Zufallsexperiment: Aus den weißen Mäusen des Zuchtbetriebs werden zehn zufällig ausgewählt. Ereignis: „Höchstens acht der ausgewählten Mäuse sind gesund.“	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (12)

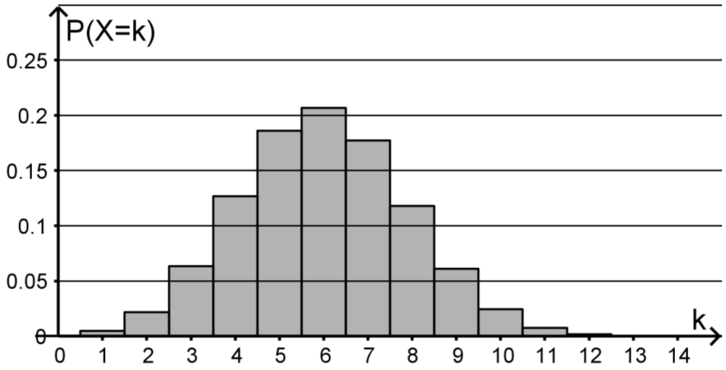
Standardstufe 10: 3.3.5 (8)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**					
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	2					X	II					II
b	3					X	III	III	III			

2017 – 1.1

BE

Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße X mit den Parametern n und p.



a Bestimmen Sie mithilfe der Abbildung die Wahrscheinlichkeit $P(5 \le X \le 7)$. 2

b X hat den Erwartungswert 6 und die Varianz 3,6. Ermitteln Sie die zugehörigen Werte von n und p. 3

5

Erwartungshorizont

		BE
a	$P(5 \le X \le 7) \approx 0{,}19 + 0{,}21 + 0{,}18 = 0{,}58$	2
b	Die Gleichungen $n \cdot p = 6$ und $n \cdot p \cdot (1-p) = 3{,}6$ liefern $n = 15$ und $p = 0{,}4$.	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8:

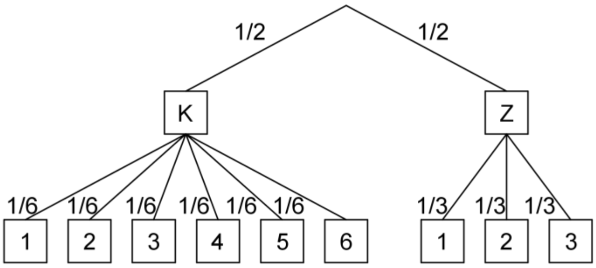
Standardstufe 10: 3.3.5 (11), (13)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**					
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	2				X	X				II	I	
b	3	X	X		X	X		II			II	

2017 – 1.2

	BE
Für ein zweistufiges Zufallsexperiment werden eine Münze und zwei Würfel verwendet. Beide Würfel sind auf allen sechs Seiten mit jeweils einer Zahl beschriftet, Würfel A mit 1, 2, 3, 4 ,5 und 6, Würfel B mit 1, 1, 2, 2, 3 und 3. Zunächst wird die Münze geworfen. Zeigt die Münze „Kopf“, so wird anschließend Würfel A einmal geworfen, zeigt sie „Zahl“, so wird Würfel B einmal geworfen. Die geworfene Zahl wird notiert.	
a Stellen Sie das Zufallsexperiment in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.	3
b Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die gewürfelte Zahl gerade ist.	2
	5

Erwartungshorizont

		BE
a		3
b	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{5}{12}$	2
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (11), (13), (14)

Standardstufe 10:

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**					
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	3					X			I	I		I
b	2					X		II	II		I	

2017 – 2.1

		BE
	In einer Urne U_1 befinden sich vier rote und zwei gelbe Kugeln, in einer Urne U_2 zwei rote, eine gelbe und eine blaue Kugel.	
a	Eine der beiden Urnen wird zufällig ausgewählt. Anschließend wird daraus zweimal hintereinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit dafür bestimmt werden kann, dass beide entnommenen Kugeln rot sind.	2
b	Eine der beiden Urnen wurde zufällig ausgewählt; aus dieser wurde eine Kugel zufällig entnommen. Die entnommene Kugel ist gelb oder blau. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel aus der Urne U_1 stammt.	3
		5

Erwartungshorizont

		BE
a	$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$	2
b	$\dfrac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}=\frac{12}{30}$	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**					
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	2					X		II	II		I	
b	3					X		III	II		II	

2018 – 1.1

		BE
	Von acht Karten sind zwei mit „1“, zwei mit „2“, zwei mit „3“ und zwei mit „4“ beschriftet. Die Karten werden gemischt und nacheinander verdeckt abgelegt.	
a	Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden zuerst abgelegten Karten mit „1“ beschriftet sind.	2
b	Die Karten werden nacheinander aufgedeckt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass spätestens die dritte aufgedeckte Karte mit einer geraden Zahl beschriftet ist.	3
		5

Erwartungshorizont

		BE
a	$\frac{2}{8}\cdot\frac{1}{7}=\frac{1}{28}$	2
b	$1-\frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}=\frac{13}{14}$	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (12), (14)

Standardstufe 10:

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2	X				X			I		I	I	2		
b	3	X				X		II			I	II		3	

2018 – 1.2

BE

Ein Glücksrad besteht aus zwei Sektoren, die mit „A“ bzw. „B“ beschriftet sind. Für ein Spiel gelten folgende Regeln:

- Die Spielerin bzw. der Spieler setzt einen Betrag von 4 Euro ein und dreht das Glücksrad anschließend zweimal.
- Wird beim ersten Drehen „A“ erzielt, wird der eingesetzte Betrag halbiert, wird „B“ erzielt, wird er verdoppelt.
- Wird beim zweiten Drehen „A“ erzielt, wird der nach dem ersten Drehen bestehende Betrag halbiert, wird „B“ erzielt, wird er verdoppelt.
- Der nach dem zweiten Drehen bestehende Betrag wird der Spielerin bzw. dem Spieler ausgezahlt.

a Zeigen Sie mithilfe der beschriebenen Spielregeln, dass nur die Beträge 1 Euro, 4 Euro und 16 Euro ausgezahlt werden können. 2

b Die Zufallsgröße X gibt den ausgezahlten Betrag in Euro an. Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X. 3

x	1	4	16
$P(X=x)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

Berechnen Sie den Erwartungswert von X und interpretieren Sie diesen unter Berücksichtigung des Spieleinsatzes im Sachzusammenhang.

5

Erwartungshorizont

<table>
<tr><td></td><td></td><td>BE</td></tr>
<tr><td>a</td><td><table><tr><td>Ereignis</td><td>AA</td><td>AB</td><td>BA</td><td>BB</td></tr><tr><td>Auszahlung in Euro</td><td>$4\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=1$</td><td>$4\cdot\frac{1}{2}\cdot 2=4$</td><td>$4\cdot 2\cdot\frac{1}{2}=4$</td><td>$4\cdot 2\cdot 2=16$</td></tr></table></td><td>2</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$\frac{4}{9}\cdot 1+\frac{4}{9}\cdot 4+\frac{1}{9}\cdot 16=4$
Auf lange Sicht gleichen sich Einsätze und Auszahlungen aus.</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>5</td></tr>
</table>

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8:

Standardstufe 10: 3.3.5 (6)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	4	X									I	II	1	1	

b	1		X		X				I		I	II	2	1	

2018 – 2.1

BE

Ein Glücksrad besteht aus einem blauen, einem gelben und einem roten Sektor. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einmaligem Drehen „Rot“ erzielt wird, ist $\frac{1}{3}$.

Bei einem Spiel wird das Glücksrad zweimal gedreht. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei zweimal „Gelb“ erzielt wird, beträgt $\frac{1}{4}$.

a Ermitteln Sie für den gelben Sektor die Größe des Mittelpunktswinkels. 2

b Beschreiben Sie im gegebenen Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term 3

$$\sum_{i=0}^{3}\binom{10}{i}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^{i}\cdot\left(\frac{8}{9}\right)^{10-i}$$

berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an.

5

Erwartungshorizont

		BE
a	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einmaligem Drehen „Gelb“ erzielt wird, beträgt $\frac{1}{2}$, d. h. der Mittelpunktswinkel ist 180° groß.	2
b	Zufallsexperiment: Das Spiel wird zehnmal durchgeführt. Ereignis: „Bei höchstens drei Spielen wird zweimal ‚Rot‘ erzielt.“	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7)

Standardstufe 10: 3.3.5 (7), (8)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2					X		II	II			II		2	
b	3	X				X	III		III	III					3

2019 – 1.1

	BE
Ein Chor besteht aus zwölf Frauen und neun Männern; eine der Frauen leitet den Chor. An einer Preisverleihung dürfen zwei Mitglieder des Chors teilnehmen.	
a Zunächst geht man davon aus, dass die Leiterin des Chors an der Preisverleihung teilnimmt und das zweite Mitglied zufällig ausgewählt wird. Geben Sie für diesen Fall die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass das zweite Mitglied eine Frau ist.	1
Da die Leiterin an der Preisverleihung nicht teilnehmen kann, werden zwei der anderen Mitglieder zufällig ausgewählt.	
b Begründen Sie ohne zu rechnen, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei Frauen ausgewählt werden, größer ist als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei Männer ausgewählt werden.	1
c Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Frau und ein Mann ausgewählt werden.	3
	5

Erwartungshorizont

		BE
a	$\frac{11}{20}$	1
b	Die Anzahl der Frauen unter den anderen Mitgliedern ist größer als die der Männer.	1
c	$\frac{\binom{11}{1}\cdot\binom{9}{1}}{\binom{20}{2}}=\frac{99}{190}$	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (5), (10), (11)

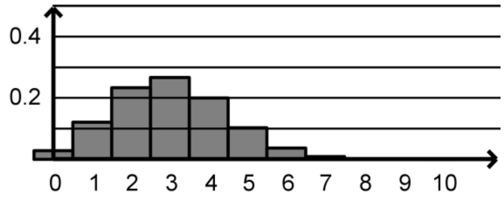
Standardstufe 10: 3.3.5 (8)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	1	X				X			I			I	1		
b	1					X	I		I				1		
c	3	X				X			II		II			3	

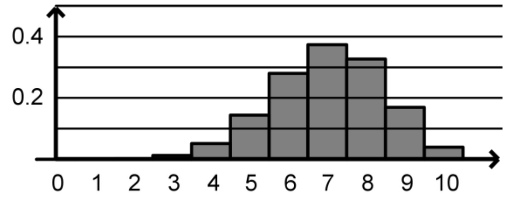
2019 – 1.2

		BE
	In einer Urne befinden sich drei rote und sieben weiße Kugeln.	
a	Zweimal nacheinander wird jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens eine der entnommenen Kugeln weiß ist.	2
b	Zehnmal nacheinander wird jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der entnommenen weißen Kugeln. Begründen Sie ohne Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, dass keine der folgenden Abbildungen die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X darstellt.	3
		5

I



II



Erwartungshorizont

		BE
a	$1-\frac{7}{10}\cdot\frac{7}{10}=\frac{51}{100}$	2
b	I: Der Erwartungswert von X ist 7. Damit ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass drei der entnommenen Kugeln weiß sind, nicht am größten. II: Die Summe der Werte einer Wahrscheinlichkeitsverteilung ist nicht größer als 1.	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (12), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (11), (13)

Teil-aufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungs-bereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2					X		I	I		I		2		
b	3		X		X	X	II		II	II				3	

2019 – 2.1

		BE
	Bei einem Spiel gewinnt man mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % einen Zitronenbonbon und mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % einen Orangenbonbon. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man keinen Gewinn erzielt, beträgt 20 %.	
a	Eine Person nimmt zehnmal an dem Spiel teil. Geben Sie dazu ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $\binom{10}{7}\cdot 0{,}8^7\cdot 0{,}2^3$ berechnet werden kann.	1
b	Eine andere Person gewinnt sechs Bonbons. Sie wählt zwei dieser Bonbons zufällig aus und verschenkt sie. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie einen Zitronenbonbon und einen Orangenbonbon verschenkt, beträgt $\frac{3}{5}$. Ermitteln Sie, wie viele Orangenbonbons diese Person gewonnen hat.	3
		5

Erwartungshorizont

		BE
a	„Die Person gewinnt sieben Bonbons.“	1
b	$\frac{6-k}{6}\cdot\frac{k}{5}+\frac{k}{6}\cdot\frac{6-k}{5}=\frac{3}{5}\Leftrightarrow 6k-k^2+6k-k^2=18\Leftrightarrow k^2-6k+9=0\Leftrightarrow (k-3)^2=0\Leftrightarrow k=3$	4
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (8)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	1	X				X	II		II			I		1	
b	4	X				X		III	III		II			1	3

2020 – 1.1

		BE
	In einem Behälter befinden sich drei blaue und zwei rote Kugeln.	
a	Zwei Kugeln werden zufällig entnommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden Kugeln unterschiedliche Farben haben.	2
b	Die beiden entnommenen Kugeln werden in den Behälter zurückgelegt. Anschließend entnehmen zwei Spielerinnen dem Behälter abwechselnd jeweils eine Kugel zufällig. Die Spielerin, die zuerst eine rote Kugel entnimmt, gewinnt. Weisen Sie nach, dass diejenige Spielerin, die die erste Kugel entnimmt, einen Vorteil hat.	3
		5

Erwartungshorizont

		BE
a	$\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{5}$	2
b	Für die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Spielerin gewinnt, die die erste Kugel entnimmt, gilt $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3}{5}>\frac{1}{2}$.	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (11), (14)

Standardstufe 10:

Teil-auf-gabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2			I		I		2		
b	3	II	II	II		I	I	1	2	

2020 – 1.3

	BE
An einem Fest nehmen Erwachsene und Jugendliche teil, einige der Gäste sind verkleidet. Unter allen Gästen beträgt der Anteil der verkleideten Erwachsenen 12 %, der Anteil aller Erwachsenen 60 %. Von den Jugendlichen sind 75 % verkleidet.	
a Bestimmen Sie den Anteil derjenigen, die nicht verkleidet sind, unter allen Gästen.	3
b Beschreiben Sie die Bedeutung des Terms $\frac{0{,}12}{0{,}12+0{,}75\cdot 0{,}4}$ im Sachzusammenhang.	2
	5

Erwartungshorizont

		BE
a	$0,48+0,25\cdot 0,4=58\%$	3
b	Der Term gibt den Anteil der Erwachsenen unter allen Verkleideten an.	2
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (1)

Teil-auf-gabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	3		II	I		I	I	2	1	
b	2	II		II	II		I		2	

2020 – 2.1

		BE
a	Die binomialverteilte Zufallsgröße X_1 hat die Parameter $n_1 = 4$ und p_1 sowie den Erwartungswert 2. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X_1 = 4)$.	2
b	Die binomialverteilte Zufallsgröße X_2 hat die Parameter n_2 und $p_2 = 0{,}2$. Formulieren Sie dazu eine Aufgabenstellung, die sich mithilfe des Ansatzes $1 - 0{,}8^{n_2} < 0{,}3$ lösen lässt.	3
		5

Erwartungshorizont

		BE
a	Mit $n_1 \cdot p_1 = 2 \Leftrightarrow p_1 = \frac{1}{2}$ ergibt sich $P(X_1 = 4) = \frac{1}{16}$.	2
b	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens ein Treffer erzielt wird, ist kleiner als 0,3. Bestimmen Sie alle Werte, die für n_2 infrage kommen.	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (12)

Standardstufe 10: 3.3.5 (9), (12), (13)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2		II			I			2	
b	3	III			II	II	III			3

2021 – 1.1

	BE
In einer Region beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person Heuschnupfen hat, 15 %. Ein Allergietest ist bei einer Person, die Heuschnupfen hat, mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % positiv. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Test bei einer Person positiv ist, obwohl diese Person keinen Heuschnupfen hat, beträgt 2 %.	
a Bei einer zufällig ausgewählten Person wird der Allergietest durchgeführt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person keinen Heuschnupfen hat, der Test aber positiv ist.	2
b Deuten Sie den Term $\frac{0{,}15\cdot0{,}9}{0{,}15\cdot0{,}9+0{,}85\cdot0{,}02}$ im Sachzusammenhang.	3
	5

Erwartungshorizont

		BE
a	$0{,}85\cdot0{,}02=0{,}017$	2
b	Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine zufällig ausgewählte Person, bei der der Test positiv ist, tatsächlich Heuschnupfen hat.	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (1), (2)

Teil-auf-gabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2			I		I	I	2		
b	3	II		II	II		II		3	

2021 – 1.2

BE

Im Folgenden werden zwei Würfel stets gemeinsam geworfen. Bei jedem der beiden Würfel sind die Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert.

a Die beiden Würfel werden einmal geworfen. Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei keine „6“ auftritt, $\frac{25}{36}$ beträgt. 2

b Die beiden Würfel werden 36-mal geworfen. Die binomialverteilte Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Würfe an, bei denen keine „6“ auftritt. Begründen Sie für jede der folgenden Abbildungen, dass sie nicht die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X zeigt. 3

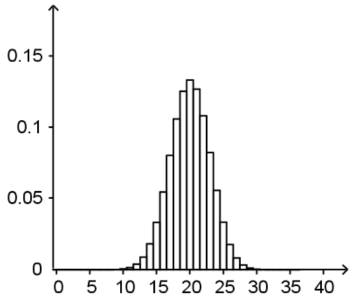


Abb. 1

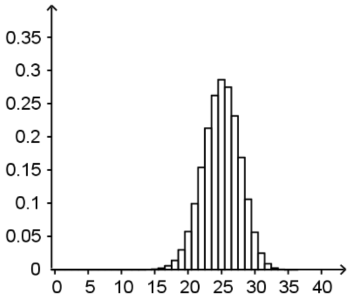


Abb. 2

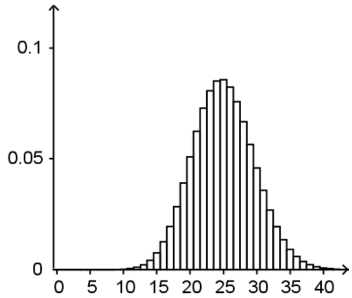


Abb. 3

5

Erwartungshorizont

		BE
a	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass einer der beiden Würfel keine „6“ zeigt, ist $\frac{5}{6}$. Damit ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Würfel keine „6“ zeigen, $\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$.	2
b	Abb. 1: Die höchste Säule befindet sich bei 20, nicht bei 25. Abb. 2: Die Summe der Höhen der Säulen ist größer als 1. Abb. 3: Die Höhe der Säule bei 37 ist größer als null.	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

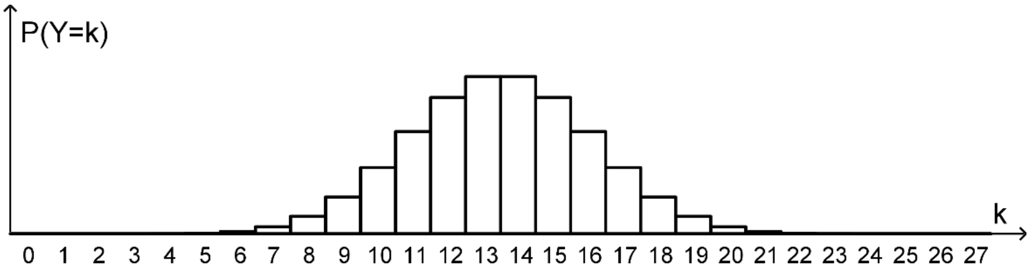
Standardstufe 8: 3.2.5 (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (11), (12), (13)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2	I		I		I	I	2		
b	3	II			II	I		1	2	

2021 – 2.1

		BE
a	Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt; die Trefferwahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{4}$. Vervollständigen Sie die folgende Gleichung zur Berechnung einer Wahrscheinlichkeit: $P\left(X=\quad\right)=\binom{\quad}{3}\cdot\left(\quad\right)^2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3$	2
b	Die Abbildung zeigt die symmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße Y.	3



Gegeben sind die Wahrscheinlichkeitswerte $P(Y\le 15)\approx 0,78$ und $P(Y=12)\approx 0,13$. Berechnen Sie unter Verwendung dieser Werte den zugehörigen Wert für die Wahrscheinlichkeit $P(Y=14)$.

5

Erwartungshorizont

		BE
a	$P(X=3)=\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3$	2
b	Mit $P(Y=15)=P(Y=12)$ ergibt sich: $P(Y=14)=P(Y\le 15)-P(Y=15)-P(Y\le 13)\approx 0,78-0,13-0,5=0,15$	3
		5

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8:

Standardstufe 10: 3.3.5 (8), (9), (11)

Teil-aufgabe	BE
a	2
b	3

allgemeine mathematische Kompetenzen					
K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
II			II	I	
III	III		II	I	

Anforderungsbereich		
I	**II**	**III**
	2	
		3

IQB-Aufgaben
grundlegendes Niveau
Teil B

2015 – CAS 1

BE

Ein Pharmakonzern entwickelt ein Medikament zur Behandlung der Krankheit K. Für die Zusammensetzung des Medikaments kommen zwölf Wirkstoffe infrage. Mit einer Vielzahl möglicher Wirkstoffkombinationen werden Tests durchgeführt.

a Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Wirkstoffkombinationen, die genau sieben der infrage kommenden Wirkstoffe enthalten. 2

b Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Wirkstoffkombinationen, die mindestens sieben der infrage kommenden Wirkstoffe enthalten. 2

Nach Abschluss der Entwicklung bringt der Pharmakonzern das neue Medikament auf den Markt. Einer Studie zufolge beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte an K erkrankte Person durch das Medikament geheilt wird, 80 %.

c Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 100 zufällig ausgewählten an K erkrankten Personen mindestens 80 durch das Medikament geheilt werden. 2

d Die Behandlung mit dem Medikament kann zu Nebenwirkungen führen. Im Rahmen einer Untersuchung zur Dauer der Nebenwirkungen wurden Personen, die mit dem Medikament behandelt wurden, dazu befragt, wie lange Nebenwirkungen nach Beendigung der Behandlung andauerten. Die folgende Tabelle fasst das Ergebnis der Befragung zusammen: 2

Dauer in Monaten	0	1	2	3	4
Anteil der Personen in %	5	15	45	30	5

Eine der befragten Personen wird zufällig ausgewählt; die Zufallsgröße X gibt die zugehörige Dauer der Nebenwirkungen in Monaten an. Berechnen Sie den Erwartungswert von X und beschreiben Sie dessen Bedeutung im Sachzusammenhang.

Im Folgenden soll davon ausgegangen werden, dass in einem Land 0,2 % der Bevölkerung an K erkrankt sind.

e Ermitteln Sie für dieses Land, wie groß die Anzahl zufällig ausgewählter Personen mindestens sein muss, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass davon mindestens eine Person an K erkrankt ist, mindestens 90 % beträgt. 4

Zur Erkennung der Krankheit K kann ein Test durchgeführt werden. Ist eine Person an K erkrankt, so ist das Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % positiv. Ist eine Person nicht an K erkrankt, so beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Testergebnis irrtümlich positiv ist, 1 %.

f Erstellen Sie zum beschriebenen Test für das betrachtete Land eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel. 4

g Für eine zufällig ausgewählte Person aus dem betrachteten Land ist das Testergebnis positiv. Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person tatsächlich erkrankt ist, etwa 16,4 % beträgt. Begründen Sie, dass es bei einem positiven Testergebnis sinnvoll ist, nicht sofort mit einer Behandlung zu beginnen. 4

20

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th></th><th></th><th>BE</th></tr>
<tr><td>a</td><td>$\binom{12}{7} = 792$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$\sum_{i=7}^{12}\binom{12}{i} = 1586$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>c</td><td>W: Anzahl der geheilten Personen
$P_{0,8}^{100}(W \geq 80) \approx 55,9\%$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>d</td><td>$E(X) = 0,15 \cdot 1 + 0,45 \cdot 2 + 0,3 \cdot 3 + 0,05 \cdot 4 = 2,15$
Der Befragung zufolge müssen Personen, die mit dem Medikament behandelt werden, damit rechnen, dass nach Beendigung der Behandlung für eine Dauer von im Mittel etwa zwei Monaten Nebenwirkungen auftreten.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>e</td><td>Ist n die Anzahl zufällig ausgewählter Personen, so gilt:
$1 - 0,998^n \geq 0,9 \Leftrightarrow n \geq 1151$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>f</td><td>K: „Die Person ist an K erkrankt.“
T: „Das Testergebnis ist positiv.“
<table>
<tr><th></th><th>K</th><th>$\overline{K}$</th><th></th></tr>
<tr><td>T</td><td>0,00196</td><td>0,00998</td><td>0,01194</td></tr>
<tr><td>$\overline{T}$</td><td>0,00004</td><td>0,98802</td><td>0,98806</td></tr>
<tr><td></td><td>0,002</td><td>0,998</td><td>1</td></tr>
</table></td><td>4</td></tr>
<tr><td>g</td><td>$\frac{0,00196}{0,01194} \approx 16,4\%$
Selbst bei einem positiven Testergebnis ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Erkrankung vorliegt, verhältnismäßig gering.</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>20</td></tr>
</table>

BW Bildungsplanbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (5), (10), (12)

Standardstufe 10: 3.3.5 (1), (2), (4), (6), (8), (9), (12)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2					X			I		I		X		
b	2					X			II		I			X	
c	2				X	X			II		I			X	
d	2		X		X	X			II	II		II		X	
e	4					X		III	II		II				X
f	4					X			I	I		I	X		
g	4					X	II				I	II		X	

2015 – WTR

BE

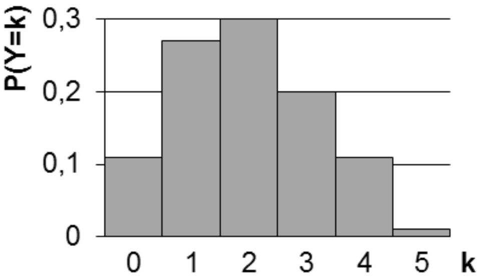
Ein Glaukom ist eine Augenerkrankung, die zu einer Einschränkung des Sehvermögens führt und vor allem bei Personen auftritt, die älter als 40 Jahre sind. Häufige Ursache der Erkrankung ist ein erhöhter Augeninnendruck.

1 Es kann davon ausgegangen werden, dass in Deutschland von insgesamt 45 Millionen Personen, die älter als 40 Jahre sind, 10 % einen erhöhten Augeninnendruck haben. Für eine Studie werden in Deutschland 16 Personen, die älter als 40 Jahre sind, zufällig ausgewählt. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der ausgewählten Personen mit erhöhtem Augeninnendruck.

a Beschreiben Sie, was man unter einem Bernoulli-Experiment versteht. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei keiner der ausgewählten Personen ein erhöhter Augeninnendruck vorliegt. 4

b Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Augeninnendruck bei mehr als zwei der ausgewählten Personen erhöht ist. 3

c Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße Y. Zeigen Sie, dass der Erwartungswert von Y größer als der Erwartungswert der Zufallsgröße X ist. 3



2 Studien zufolge sind in Deutschland 2,4 % der Personen, die älter als 40 Jahre sind, an einem Glaukom erkrankt; von diesen erkrankten Personen haben 70 % einen erhöhten Augeninnendruck. Unter den Personen, die älter als 40 Jahre und nicht an einem Glaukom erkrankt sind, liegt bei 8,5 % ein erhöhter Augeninnendruck vor.

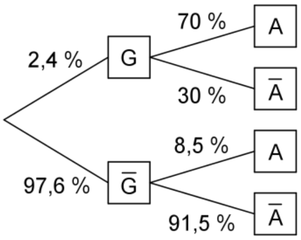
a Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. 3

b Unter den Personen, die älter als 40 Jahre sind und einen erhöhten Augeninnendruck haben, wird eine Person zufällig ausgewählt. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person an einem Glaukom erkrankt ist. 3

c Für eine Studie wird unter den Personen, die älter als 40 Jahre sind und an einem Glaukom erkrankt sind, eine bestimmte Anzahl von Personen zufällig ausgewählt. Die binomialverteilte Zufallsgröße Z gibt die Anzahl derjenigen ausgewählten Personen an, bei denen kein erhöhter Augeninnendruck vorliegt. Für den Erwartungswert von Z gilt $21 < E(Z) < 27$. Bestimmen Sie die möglichen Werte für die Anzahl der ausgewählten Personen. 4

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	Ein Bernoulli-Experiment ist ein Zufallsexperiment mit genau zwei möglichen Ergebnissen. $P(X=0)=0{,}9^{16}\approx 18{,}5\%$	4
	b	$P(X>2)=1-\sum\limits_{k=0}^{2}\binom{16}{k}\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{k}\cdot\left(\frac{9}{10}\right)^{16-k}\approx 21{,}1\%$	3
	c	$E(X)=16\cdot 0{,}1=1{,}6$ $E(Y)\approx 0{,}27\cdot 1+0{,}30\cdot 2+0{,}20\cdot 3+0{,}11\cdot 4+0{,}01\cdot 5=1{,}96$ Damit: $E(Y)>E(X)$	3
2	**a**	 G: „Die Person ist an einem Glaukom erkrankt.“ A: „Die Person hat einen erhöhten Augeninnendruck.“	3
	b	$\frac{0{,}024\cdot 0{,}7}{0{,}024\cdot 0{,}7+0{,}976\cdot 0{,}085}\approx 16{,}8\%$	3
	c	$E(Z)=n\cdot 0{,}3$, d. h. $70<n<90$	4
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (12), (13)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (6), (7), (9), (11), (13)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	4					X			I		I	I	X		
b	3					X			II		II			X	
c	3		X		X	X	II			II	I			X	
2 a	3					X			I	I		I	X		
b	3					X		II	II		I			X	
c	4		X		X	X	II	III			I				X

2017 – WTR 2

BE

Ein Hersteller bringt ein neues Smartphone auf den Markt.

1 Ein Händler erhält eine Lieferung dieser Smartphones.

a Die gelieferten Geräte haben sechs verschiedene Farben. Für die Auslage einiger Geräte im Schaufenster sollen vier Farben ausgewählt werden. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten für diese Auswahl. 2

b Die Lieferung umfasst 50 Geräte; davon sind drei fehlerhaft. Aus der Lieferung werden zehn Geräte zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: 3

A: „Von den zehn ausgewählten Geräten ist keines fehlerhaft.“

B: „Von den zehn ausgewählten Geräten ist mindestens eines fehlerhaft.“

2 Die Geräte werden in vier Werken in jeweils großer Stückzahl hergestellt. Der Tabelle können für jedes Werk folgende Daten entnommen werden:

- der Anteil der in diesem Werk hergestellten Geräte an der Gesamtzahl aller hergestellten Geräte;
- der Anteil der fehlerhaften Geräte unter den in diesem Werk hergestellten Geräten.

Werk	A	B	C	D
Anteil an der Gesamtzahl	10 %	30 %	20 %	40 %
Anteil der fehlerhaften Geräte	5 %	3 %	4 %	2 %

a Weisen Sie nach, dass der Anteil der fehlerhaften Geräte unter allen hergestellten Geräten 3 % beträgt. 2

b Ein unter allen hergestellten Geräten zufällig ausgewähltes Gerät ist fehlerhaft. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es im Werk A hergestellt wurde. 3

c Von im Werk A hergestellten Geräten werden 250 zufällig ausgewählt. Ermitteln Sie die Anzahl fehlerhafter Geräte, die darunter mit der größten Wahrscheinlichkeit auftritt. 2

d Geben Sie einen Wert von s an, für den mit dem Term $200 \cdot 0{,}98^{s} \cdot 0{,}02 + 0{,}98^{200}$ im Sachzusammenhang die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses berechnet werden kann. Beschreiben Sie das zugehörige Ereignis. 4

e Ermitteln Sie, wie viele im Werk C hergestellte Geräte mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit sich darunter mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens ein fehlerhaftes Gerät befindet. 4

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	$\binom{6}{4}=15$	2
	b	$P(A)=\frac{\binom{47}{10}}{\binom{50}{10}}\approx 50,4\%$, $P(B)=1-P(A)\approx 49,6\%$	3
2	**a**	$0,1\cdot 0,05+0,3\cdot 0,03+0,2\cdot 0,04+0,4\cdot 0,02=3\%$	2
	b	$\frac{0,1\cdot 0,05}{0,03}=\frac{1}{6}$	3
	c	X: Anzahl der fehlerhaften Geräte Der Erwartungswert von X ist $250\cdot 0,05=12,5$. $P(X=12)\approx 11,6\%$, $P(X=13)\approx 11,2\%$ Damit ist die gesuchte Anzahl 12.	2
	d	$s=199$ Unter 200 im Werk D hergestellten zufällig ausgewählten Geräten ist höchstens eines fehlerhaft.	4
	e	Ist n die Anzahl auszuwählender Geräte, so gilt: $1-0,96^{n}\geq 0,95\Leftrightarrow n\geq 74$	4
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (10), (11), (12), (14)

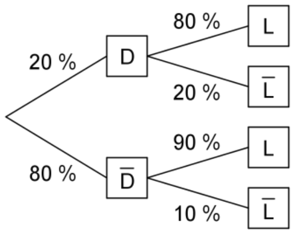
Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (4), (8), (9), (12), (13)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	2	X				X			I		I		X		
b	3	X				X			I		I		X		
2 a	2					X				II	II	I		X	
b	3					X			II	II	II			X	
c	2		X		X	X	I	I	I				X		
d	4					X	II		II			I		X	
e	4	X				X		III	II		II				X

2017 – WTR 3

	BE
1 20 % aller Pkw eines bestimmten Herstellers sind Dieselfahrzeuge. Die Anzahl der Dieselfahrzeuge in einer Stichprobe soll modellhaft als binomialverteilt angenommen werden. 25 Pkw des Herstellers werden zufällig ausgewählt; davon sind drei rot.	
a Bestimmen Sie für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit: A: „Unter den ausgewählten Pkw sind genau acht Dieselfahrzeuge.“ B: „Unter den ausgewählten Pkw sind mindestens fünf Dieselfahrzeuge.“	3
b Von den ausgewählten Pkw sind genau fünf Dieselfahrzeuge. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei roten Pkw Dieselfahrzeuge sind.	3
c Ermitteln Sie, wie groß die Anzahl zufällig ausgewählter Pkw des Herstellers mindestens sein muss, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter diesen mindestens ein Dieselfahrzeug ist, mindestens 95 % beträgt.	4
80 % der Dieselfahrzeuge und 90 % der übrigen Pkw des Herstellers haben eine Leistung von mehr als 60 kW.	
d Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.	2
e Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Leistung eines zufällig ausgewählten Pkw des Herstellers größer als 60 kW ist.	2
2 Betrachtet werden binomialverteilte Zufallsgrößen, die für eine Trefferwahrscheinlichkeit p mit $0 \leq p \leq 1$ die Anzahl der Treffer bei n Versuchen angeben. Die Standardabweichung der Zufallsgrößen ist 3.	
a Bestimmen Sie für eine Zufallsgröße mit einer Trefferwahrscheinlichkeit von 25 % die zugehörige Anzahl der Versuche.	3
b Begründen Sie, dass es keinen Wert von p geben kann, für den die Anzahl der Versuche 9 ist.	3
	20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	$P(A) \approx 6{,}2\%$, $P(B) \approx 1-0{,}421 = 57{,}9\%$	3
	b	$\frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} \cdot \frac{3}{23} \approx 0{,}43\%$	3
	c	$1-0{,}8^{13} < 0{,}95$, $1-0{,}8^{14} > 0{,}95$ Es müssen mindestens 14 Pkw ausgewählt werden.	4
	d	 D: „Ein zufällig ausgewählter Pkw ist ein Dieselfahrzeug.“ L: „Die Leistung eines zufällig ausgewählten Pkw ist größer als 60 kW.“	2
	e	$0{,}2 \cdot 0{,}8 + 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 88\%$	2
2	**a**	$\sqrt{n \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75} = 3 \Leftrightarrow n = 48$	3
	b	$\sqrt{9 \cdot p \cdot (1-p)} = 3 \Leftrightarrow p \cdot (1-p) = 1$ Die Gleichung hat für $0 \le p \le 1$ keine Lösung.	3
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (11), (12), (13), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (9), (12), (13)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	3					X			I		I		X		
b	3					X		II	II		I			X	
c	4					X		III	II			II			X
d	2					X			I	I		I	X		
e	2					X		I	I		I		X		
2 a	3	X	X		X	X		II			II	II		X	
b	3	X	X		X	X	II	II			II			X	

2017 – CAS 2

BE

Ein Hersteller bringt ein neues Smartphone auf den Markt.

1 Ein Händler erhält eine Lieferung dieser Smartphones.

a Die gelieferten Geräte haben sechs verschiedene Farben. Für die Auslage einiger Geräte im Schaufenster sollen vier Farben ausgewählt werden. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten für diese Auswahl. 2

b Die Lieferung umfasst 50 Geräte; davon sind drei fehlerhaft. Aus der Lieferung werden zehn Geräte zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: 3

A: „Von den zehn ausgewählten Geräten ist keines fehlerhaft.“

B: „Von den zehn ausgewählten Geräten ist mindestens eines fehlerhaft.“

2 Die Geräte werden in vier Werken in jeweils großer Stückzahl hergestellt. Der Tabelle können für jedes Werk folgende Daten entnommen werden:

- der Anteil der in diesem Werk hergestellten Geräte an der Gesamtzahl aller hergestellten Geräte;
- der Anteil der fehlerhaften Geräte unter den in diesem Werk hergestellten Geräten.

Werk	A	B	C	D
Anteil an der Gesamtzahl	10 %	30 %	20 %	40 %
Anteil der fehlerhaften Geräte	5 %	3 %	4 %	2 %

a Weisen Sie nach, dass der Anteil der fehlerhaften Geräte unter allen hergestellten Geräten 3 % beträgt. 2

b Ein unter allen hergestellten Geräten zufällig ausgewähltes Gerät ist fehlerhaft. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es im Werk A hergestellt wurde. 3

c Von im Werk A hergestellten Geräten werden 250 zufällig ausgewählt. Ermitteln Sie die Anzahl fehlerhafter Geräte, die darunter mit der größten Wahrscheinlichkeit auftritt. 2

d Geben Sie einen Wert von s an, für den mit dem Term $200 \cdot 0{,}98^{s} \cdot 0{,}02 + 0{,}98^{200}$ im Sachzusammenhang die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses berechnet werden kann. Beschreiben Sie das zugehörige Ereignis. 4

e Ermitteln Sie, wie viele im Werk C hergestellte Geräte mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit sich darunter mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens 500 Geräte befinden, die nicht fehlerhaft sind. 4

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	$\binom{6}{4}=15$	2
	b	$P(A)=\frac{\binom{47}{10}}{\binom{50}{10}}\approx 50,4\%$, $P(B)=1-P(A)\approx 49,6\%$	3
2	**a**	$0,1\cdot 0,05+0,3\cdot 0,03+0,2\cdot 0,04+0,4\cdot 0,02=3\%$	2
	b	$\frac{0,1\cdot 0,05}{0,03}=\frac{1}{6}$	3
	c	X: Anzahl der fehlerhaften Geräte Der Erwartungswert von X ist $250\cdot 0,05=12,5$. $P(X=12)\approx 11,6\%$, $P(X=13)\approx 11,2\%$ Damit ist die gesuchte Anzahl 12.	2
	d	$s=199$ Unter 200 im Werk D hergestellten zufällig ausgewählten Geräten ist höchstens eines fehlerhaft.	4
	e	Ist n die Anzahl auszuwählender Geräte, so liefert Probieren für ♦ $n=526$: $P(X\geq 500)\approx 88,5\%$; ♦ $n=527$: $P(X\geq 500)\approx 91,9\%$. Es müssen mindestens 527 Geräte ausgewählt werden.	4
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (10), (11), (12), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (4), (8), (9), (12), (13)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	2	X				X			I		I		X		
b	3	X				X			I		I		X		
2 a	2					X				II	II	I		X	
b	3					X			II	II	II			X	
c	2		X		X	X	I	I	I				X		
d	4					X	II		II			I		X	
e	4					X		III	II		II				X

2018 – WTR 1

BE

1 Von allen Jugendlichen eines Landes im Alter von 14 bis 25 Jahren sind 49,20 % weiblich. 47,10 % der Jugendlichen erledigen ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet. Der Anteil der Jugendlichen, die weiblich sind und ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigen, beträgt 19,68 %.

a Stellen Sie den beschriebenen Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 3

b Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den Jugendlichen zufällig ausgewählte Person entweder männlich ist oder ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt. 3

c Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den weiblichen Jugendlichen zufällig ausgewählte Person ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt, 40% beträgt. 2

d Es werden 50 weibliche Jugendliche zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse: 4

A: „Die Hälfte der ausgewählten weiblichen Jugendlichen erledigt Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet“.

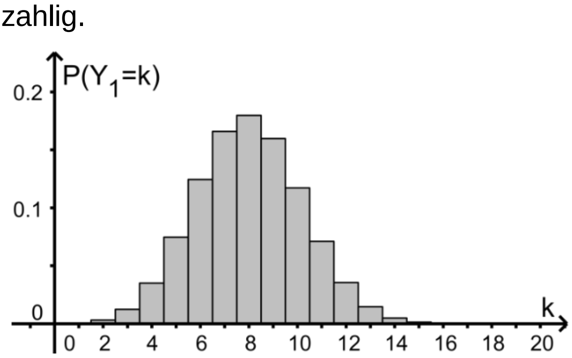
B: „Mehr als die Hälfte der ausgewählten weiblichen Jugendlichen erledigen Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet.“

Aus einer Gruppe von zehn Jugendlichen nutzen für Finanzangelegenheiten vier Personen nur Smartphones und sechs nur Tablets. Aus dieser Gruppe werden drei Jugendliche zufällig ausgewählt.

e Begründen Sie, dass die Binomialverteilung für Überlegungen zur Anzahl der ausgewählten Personen, die für Finanzangelegenheiten nur Smartphones nutzen, nicht geeignet ist. 2

f Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau zwei der drei ausgewählten Personen für Finanzangelegenheiten nur Smartphones nutzen. 3

2 Das abgebildete Diagramm stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße Y_1 mit den Parametern $n_1 = 20$ und p_1 dar. Der Erwartungswert von Y_1 ist ganzzahlig. 3



Betrachtet wird zusätzlich die binomialverteilte Zufallsgröße Y_2 mit den Parametern $n_2 = 40$ und p_2. Der Erwartungswert von Y_2 ist halb so groß wie der Erwartungswert von Y_1. Bestimmen Sie das Verhältnis der Varianzen von Y_1 und Y_2.

20

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th></th><th></th><th></th><th>BE</th></tr>
<tr><td>1</td><td>a</td><td>S: „Die Person erledigt Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet.“
W: „Die Person ist weiblich.“
<table>
<tr><th></th><th>S</th><th>$\overline{S}$</th><th></th></tr>
<tr><td>W</td><td>19,68 %</td><td>29,52 %</td><td>49,20 %</td></tr>
<tr><td>$\overline{W}$</td><td>27,42 %</td><td>23,38 %</td><td>50,80 %</td></tr>
<tr><td></td><td>47,10 %</td><td>52,90 %</td><td>100 %</td></tr>
</table></td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>b</td><td>$19,68\% + 23,38\% = 43,06\%$</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>c</td><td>$P_W(S) = \frac{19,68\%}{49,20\%} = 40\%$</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>d</td><td>X: Anzahl der weiblichen Jugendlichen, die Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigen
$P(A) = P_{0,4}^{50}(X = 25) \approx 4,0\%$
$P(B) = P_{0,4}^{50}(X \geq 26) = 1 - P_{0,4}^{50}(X \leq 25) \approx 5,7\%$</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>e</td><td>Die Auswahl der drei Personen lässt sich modellhaft durch Ziehen ohne Zurücklegen beschreiben. Da die Gesamtzahl der Personen verhältnismäßig klein ist, ist die Binomialverteilung für die beschriebenen Überlegungen nicht geeignet.</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>f</td><td>$3 \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = 30\%$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td>Dem Diagramm lässt sich entnehmen, dass der Erwartungswert von Y_1 8 ist, d. h. es gilt $p_1 = 0,4$. Der Erwartungswert von Y_2 ist also 4, d. h. es gilt $p_2 = 0,1$.
Damit: $\frac{Var(Y_1)}{Var(Y_2)} = \frac{n_1 \cdot p_1 \cdot (1-p_1)}{n_2 \cdot p_2 \cdot (1-p_2)} = \frac{4}{3}$</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>20</td></tr>
</table>

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (10), (12), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (4), (8), (9), (11), (13)

Teil-aufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungs-bereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3					X				I		I	X		
b	3					X	II	II			I			X	
c	2					X			II		II	I		X	
d	4				X	X			I		I		X		
e	2				X	X	III		II			III			X
f	3	X				X		II	II		II			X	
2	3		X		X	X	II	III		II					X

2018 – WTR 2

BE

Eine Firma stellt Flachbildschirme her. Im Mittel ist einer von fünf hergestellten Bildschirmen fehlerhaft. Es soll angenommen werden, dass die Anzahl fehlerhafter Geräte unter zufällig ausgewählten Bildschirmen durch eine binomialverteilte Zufallsgröße beschrieben werden kann.

a Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: 4

A: „Von 50 zufällig ausgewählten Bildschirmen sind höchstens 8 fehlerhaft.“

B: „Von 200 zufällig ausgewählten Bildschirmen sind mehr als 30 und weniger als 50 fehlerhaft.“

b Bestimmen Sie die Anzahl fehlerhafter Geräte, die unter 250 zufällig ausgewählten Bildschirmen mit der größten Wahrscheinlichkeit auftritt. 2

c Beurteilen Sie die folgende Aussage: 3

Wird eine Stichprobe von Bildschirmen um einen zufällig ausgewählten Bildschirm ergänzt, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle Geräte fehlerfrei sind, nach der Ergänzung geringer als vorher.

d Der Herstellungsprozess soll verbessert werden. Damit soll erreicht werden, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter 25 zufällig ausgewählten Bildschirmen keiner fehlerhaft ist, mindestens 10 % beträgt. Ermitteln Sie, wie groß der Anteil fehlerhafter Geräte nach der Verbesserung höchstens sein darf. 4

Fehler der Bildschirme treten am häufigsten in Form eines defekten Displays sowie in Form eines defekten Netzteils auf. Für einen zufällig ausgewählten Bildschirm beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- das Display defekt ist, 10,7 %,
- weder das Display noch das Netzteil defekt ist, 87,3 %,
- das Netzteil defekt ist, 3,0 %.

e Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 3

f Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Bildschirm mit defektem Display ein defektes Netzteil besitzt. 2

g Jeder Bildschirm wird vor der Auslieferung abschließend geprüft. Von vierzig abschließend geprüften Bildschirmen, unter denen sechs fehlerhaft sind, werden zehn zufällig ausgewählt. Beurteilen Sie, ob die Anzahl fehlerhafter Bildschirme unter den ausgewählten binomialverteilt ist. 2

20

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th></th><th></th><th>BE</th></tr>
<tr><td>a</td><td>X: Anzahl der fehlerhaften Bildschirme
$P_{0,2}^{50}\left(X \le 8\right) \approx 30,7\,\%$
$P_{0,2}^{200}\left(30 < X < 50\right) \approx 90,8\,\%$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$250 \cdot 0,2 = 50$, der Erwartungswert für die Anzahl fehlerhafter Geräte unter den Bildschirmen ist also ganzzahlig. Damit ist die gesuchte Anzahl 50.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>c</td><td>Die Aussage ist richtig.
Begründung: $0,8^{n+1} < 0,8^{n}$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>d</td><td>$\left(1-x\right)^{25} \ge 0,1 \Leftrightarrow x \le 1-0,1^{\frac{1}{25}}$, wobei $1-0,1^{\frac{1}{25}} \approx 8,8\,\%$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>e</td><td>D: „Das Display ist defekt.“
N: „Das Netzteil ist defekt.“
<table>
<tr><th></th><th>D</th><th>$\overline{D}$</th><th></th></tr>
<tr><td>N</td><td>1,0 %</td><td>2,0 %</td><td>3,0 %</td></tr>
<tr><td>$\overline{N}$</td><td>9,7 %</td><td>87,3 %</td><td>97,0 %</td></tr>
<tr><td></td><td>10,7 %</td><td>89,3 %</td><td>100 %</td></tr>
</table>
</td><td>3</td></tr>
<tr><td>f</td><td>$\frac{0,01}{0,107} \approx 9,3\%$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>g</td><td>Die Anzahl fehlerhafter Bildschirme unter den ausgewählten ist nicht binomialverteilt.
Begründung: Wäre die Anzahl fehlerhafter Bildschirme unter den ausgewählten binomialverteilt, so wäre es beispielsweise möglich, dass sieben Bildschirme fehlerhaft sind. Dies steht jedoch im Widerspruch zum Sachzusammenhang.</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>20</td></tr>
</table>

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8:

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (6), (7), (9), (12), (13)

Teil-aufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungs-bereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	4				X	X			I		I		X		
b	2		X			X			I		I		X		
c	3					X	II				II	II		X	
d	4	X				X		III	II		III				X
e	3					X		I		II		II		X	
f	2					X			II	II		I		X	
g	2				X	X	II		II			II		X	

2018 – WTR 3

BE

1 Ein Supermarkt bietet Nass- und Trockenfutter für Hunde jeweils in einer normalen Variante und in einer energiereduzierten Light-Variante an. Im Folgenden werden ausschließlich Kundinnen und Kunden betrachtet, die sich bei einem Kauf von Hundefutter für genau eine dieser vier Varianten entscheiden. Zwei Drittel dieser Personen kaufen Trockenfutter, 40 % davon entscheiden sich für die Light-Variante. Von den Personen, die Nassfutter kaufen, entscheiden sich nur 25 % für die Light-Variante.

Von den betrachteten Kundinnen und Kunden wird eine Person zufällig ausgewählt. Untersucht werden die folgenden Ereignisse:

T: „Die Person kauft Trockenfutter."

L: „Die Person entscheidet sich für eine der beiden Light-Varianten."

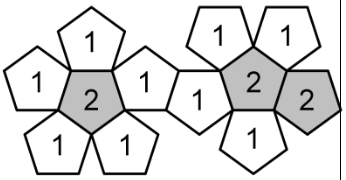
a Stellen Sie den Sachzusammenhang in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. 3

b Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Ereignis L eintritt, 35 % beträgt. 2

c Die zufällig ausgewählte Person entscheidet sich für eine der beiden Light-Varianten. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es sich um Nassfutter handelt. 3

d Beschreiben Sie das Ereignis $\overline{\overline{T} \cup L}$ im Sachzusammenhang. 2

2 Für ein Gewinnspiel wird ein Spielwürfel verwendet, dessen zwölf Seiten bei einem Wurf mit der gleichen Wahrscheinlichkeit fallen. Jede Seite des Spielwürfels ist gemäß dem abgebildeten Netz mit einer der Zahlen 1 und 2 beschriftet. Bei jedem Spiel wird der Spielwürfel viermal geworfen.



a Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der geworfenen Zahlen 4 ist, größer ist als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der geworfenen Zahlen 8 ist. 2

b Einen Hauptpreis erhält eine Spielerin bzw. ein Spieler, wenn die Summe der geworfenen Zahlen mindestens 7 ist. Zeigen Sie, dass auf lange Sicht im Mittel etwa bei einem von zwanzig Spielen ein Hauptpreis vergeben wird. 3

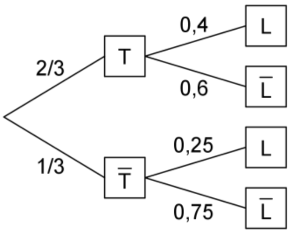
c Die Vergabe eines Trostpreises ist für einen bestimmten Spielausgang vorgesehen. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Spielausgang beträgt $\frac{81}{256}$. Geben Sie einen Spielausgang an, der für die Vergabe eines Trostpreises infrage kommt, und begründen Sie Ihre Angabe. 2

d Beurteilen Sie jede der beiden folgenden Aussagen: 3

- ♦ Wird bei einmaligem Werfen des Spielwürfels die geworfene Zahl betrachtet, so handelt es sich um ein Bernoulli-Experiment.
- ♦ Wird bei mehrfacher Durchführung des beschriebenen Spiels jeweils festgehalten, ob ein Trostpreis oder ob ein Hauptpreis vergeben wird, so handelt es sich um eine Bernoulli-Kette.

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**		3
	b	$\frac{2}{3}\cdot 0{,}4+\frac{1}{3}\cdot 0{,}25=35\%$	2
	c	$\frac{\frac{1}{3}\cdot 0{,}25}{0{,}35}\approx 23{,}8\%$	3
	d	Die zufällig ausgewählte Person kauft Trockenfutter in der normalen Variante.	2
2	**a**	Die Summe der geworfenen Zahlen ist genau dann 4, wenn viermal die Zahl 1 geworfen wird, und genau dann 8, wenn viermal die Zahl 2 geworfen wird. Die Mehrzahl der Seiten des Spielwürfels ist mit der Zahl 1 beschriftet.	2
	b	X: Anzahl der Würfe eines Spiels, bei denen die Zahl 1 erzielt wird $P^{4}_{0,75}\left(X\le 1\right)\approx 0{,}05=\frac{1}{20}$	3
	c	Die Spielerin bzw. der Spieler erhält einen Trostpreis, wenn die Summe der geworfenen Zahlen 4 ist. Begründung: $\left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{81}{256}$	2
	d	♦ Die Aussage ist richtig. Begründung: Es handelt sich um ein Zufallsexperiment mit genau zwei möglichen Ergebnissen. ♦ Die Aussage ist falsch. Begründung: Bei einem Spiel kann die Summe der geworfenen Zahlen 5 sein. Damit hat das Spiel neben der Vergabe von Trost- oder Hauptpreis ein weiteres mögliches Ergebnis.	3
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (5), (7), (13), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (4), (7), (9)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	3					X			I	I		I	X		
b	2					X			I		I		X		
c	3					X		II	II		II			X	
d	2					X	III			III		II			X
2 a	2				X	X	I			I		I	X		
b	3				X	X		II	II		II			X	
c	2					X	I	II			I			X	
d	3					X	III		III			II			X

2018 – CAS 1

		BE
	Von allen Jugendlichen eines Landes im Alter von 14 bis 25 Jahren sind 49,20 % weiblich. 47,10 % der Jugendlichen erledigen ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet. Der Anteil der Jugendlichen, die weiblich sind und ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigen, beträgt 19,68 %.	
a	Stellen Sie den beschriebenen Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.	3
b	Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den Jugendlichen zufällig ausgewählte Person entweder männlich ist oder ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt.	3
c	Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den weiblichen Jugendlichen zufällig ausgewählte Person ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt, 40 % beträgt.	2
	Es werden 50 weibliche Jugendliche zufällig ausgewählt.	
d	Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse: A: „Die Hälfte der ausgewählten weiblichen Jugendlichen erledigt Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet“. B: „Mehr als die Hälfte der ausgewählten weiblichen Jugendlichen erledigen Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet.“	4
e	Ermitteln Sie den kleinstmöglichen Wert von k, für den die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens k der 50 ausgewählten weiblichen Jugendlichen Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigen, mindestens 85 % beträgt.	3
	Aus einer Gruppe von zehn Jugendlichen nutzen für Finanzangelegenheiten vier Personen nur Smartphones und sechs nur Tablets. Aus dieser Gruppe werden drei Jugendliche zufällig ausgewählt.	
f	Begründen Sie, dass die Binomialverteilung für Überlegungen zur Anzahl der ausgewählten Personen, die für Finanzangelegenheiten nur Smartphones nutzen, nicht geeignet ist.	2
g	Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau zwei der drei ausgewählten Personen für Finanzangelegenheiten nur Smartphones nutzen.	3
		20

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th></th><th></th><th>BE</th></tr>
<tr><td>a</td><td>S: „Die Person erledigt Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet.“
W: „Die Person ist weiblich.“
<table>
<tr><th></th><th>S</th><th>$\overline{S}$</th><th></th></tr>
<tr><td>W</td><td>19,68 %</td><td>29,52 %</td><td>49,20 %</td></tr>
<tr><td>$\overline{W}$</td><td>27,42 %</td><td>23,38 %</td><td>50,80 %</td></tr>
<tr><td></td><td>47,10 %</td><td>52,90 %</td><td>100 %</td></tr>
</table></td><td>3</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$19,68\% + 23,38\% = 43,06\%$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>c</td><td>$P_W(S) = \frac{19,68\%}{49,20\%} = 40\%$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>d</td><td>X: Anzahl der weiblichen Jugendlichen, die Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigen
$P(A) = P_{0,4}^{50}(X = 25) \approx 4,0\%$
$P(B) = P_{0,4}^{50}(X \geq 26) \approx 5,7\%$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>e</td><td>$P_{0,4}^{50}(X \leq 23) \approx 84,4\%$
$P_{0,4}^{50}(X \leq 24) \approx 90,2\%$
Damit ist 24 der kleinstmögliche Wert von k.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>f</td><td>Die Auswahl der drei Personen lässt sich modellhaft durch Ziehen ohne Zurücklegen beschreiben. Da die Gesamtzahl der Personen verhältnismäßig klein ist, ist die Binomialverteilung für die beschriebenen Überlegungen nicht geeignet.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>g</td><td>$3 \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = 30\%$</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>20</td></tr>
</table>

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (10), (12), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (4), (7), (9), (11), (13)

Teil-aufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungs-bereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3					X				I		I	X		
b	3					X	II	II			I			X	
c	2					X			II		II	I		X	
d	4				X	X			I		I		X		
e	3				X	X	II	III			II				X
f	2				X	X	III		II			III			X
g	3	X				X		II	II		II			X	

2019 – WTR 1

BE

In einem Land, in dem 80 % der Erwachsenen einen Führerschein besitzen, werden 200 Erwachsene zufällig ausgewählt. Es soll angenommen werden, dass dabei die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen, binomialverteilt ist.

a Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen, vom Erwartungswert für diese Anzahl um höchstens 5 % abweicht. 4

b Ermitteln Sie, wie groß die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen mindestens sein müsste, damit von diesen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mehr als 160 einen Führerschein besitzen. 4

In einer bestimmten Region des betrachteten Lands werden alle Fahrprüfungen eines Jahres auf einen möglichen Zusammenhang zwischen dem Alter eines Prüflings und dem Bestehen der Prüfung hin untersucht. Von insgesamt 13879 Prüflingen waren 2482 zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt. Insgesamt haben 11104 Prüflinge die Prüfung bestanden; davon waren 8870 zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre.

Ein Prüfling wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

A: „Der Prüfling war zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt."

B: „Der Prüfling hat die Prüfung bestanden."

c Bestimmen Sie die Anzahl der Prüflinge, die zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre waren und die Prüfung nicht bestanden haben. 2

d Untersuchen Sie, ob die Wahrscheinlichkeiten $P_A(B)$ und $P(B)$ übereinstimmen. Geben Sie an, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind, und interpretieren Sie Ihre Angabe im Sachzusammenhang. 5

e Besteht ein Prüfling die Prüfung bei der ersten Teilnahme nicht, nimmt er ein zweites Mal teil. Der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung schon bei der ersten Teilnahme bestanden haben, ist q. Unter denjenigen, die zum zweiten Mal an der Prüfung teilnahmen, ist der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung bestanden haben, nur halb so groß. Der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung spätestens bei der zweiten Teilnahme bestanden haben, beträgt 90 %. Berechnen Sie den Wert von q. 5

20

Erwartungshorizont

		BE
a	X: Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen $200\cdot 0{,}8=160$, $5\%\cdot 160=8$ $P_{0,8}^{200}\left(152\le X\le 168\right)\approx 86{,}8\%$	4
b	$P_{0,8}^{209}\left(X>160\right)\approx 87{,}57\%$, $P_{0,8}^{210}\left(X>160\right)\approx 90{,}04\%$ Es müssten mindestens 210 Erwachsene ausgewählt werden.	4
c	$13879-2482-8870=2527$	2
d	$P_A\left(B\right)=\frac{11104-8870}{2482}\approx 90{,}0\%$, $P\left(B\right)=\frac{11104}{13879}\approx 80{,}0\%$ Die Ereignisse A und B sind nicht stochastisch unabhängig, d. h. der Anteil derjenigen, die die Prüfung bestehen, ist in den beiden betrachteten Altersgruppen unterschiedlich groß.	5
e	$q+\left(1-q\right)\cdot\frac{q}{2}=\frac{9}{10}\Leftrightarrow 5q^2-15q+9=0\Leftrightarrow q=\frac{15\pm\sqrt{45}}{10}$ Mit $q\le 1$ ergibt sich $q\approx 82{,}9\%$.	5
		20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (3), (4), (9), (12), (13)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	4		X		X	X		I	I		I		X		
b	4				X	X	II	III			II				X
c	2	X									I	I	X		
d	5					X			II		I	II		X	
e	5	X				X		II			II	II		X	

2019 – WTR 2

BE

In einer Urne befinden sich Kugeln. 35 % der Kugeln sind mit „ $+1$“ beschriftet, 25 % mit „ $+2$ “, die übrigen mit „ -3 “.

1 **a** 100-mal nacheinander wird jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Ermitteln Sie für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit: 4

A: „Mehr als 35 der entnommenen Kugeln sind mit „ $+1$“ beschriftet.“

B: „Die ersten drei entnommenen Kugeln sind mit „ $+1$“ beschriftet.“

b Zeigen Sie, dass die Anzahl der in der Urne insgesamt enthaltenen Kugeln kleiner als 100 sein kann. 2

2 Unter Verwendung der Urne wird ein Spiel durchgeführt. Dabei wird zweimal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Die Zahlen auf den entnommenen Kugeln werden addiert. Ist das Ergebnis positiv, gewinnt der Spieler den Wert der Summe als Betrag in Euro, ist das Ergebnis negativ, verliert er den entsprechenden Betrag.

a Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei einem Spiel mehr als 3 Euro gewinnt. 2

b Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei einem Spiel einen Gewinn erzielt, 36 % beträgt. 3

c Ermitteln Sie für einen Spieler mithilfe eines Baumdiagramms den durchschnittlichen Verlust pro Spiel. 4

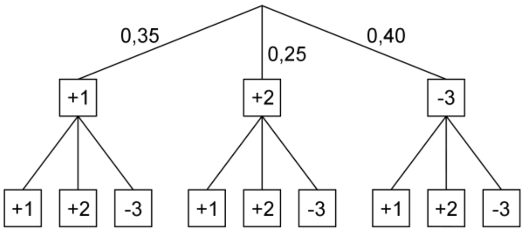
3 Die Anzahl der in der Urne tatsächlich enthaltenen Kugeln ist n. In die Urne werden zwei zusätzliche Kugeln gelegt, eine davon ist mit „ $+1$“ beschriftet, die andere mit „ $+2$ “. Anschließend wird eine Kugel zufällig entnommen.

a Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „ $+1$“ beschriftet ist, durch den Term $\frac{0{,}35n+1}{n+2}$ angegeben wird. 2

b Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „ $+1$“ beschriftet ist, nach dem Hinzufügen größer ist als vorher. 3

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	$P(A) \approx 1-0{,}546 = 45{,}4\%$ $P(B) = 0{,}35^3 \approx 4{,}3\%$	4
	b	$\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$, $\frac{25}{100} = \frac{5}{20}$ Eine mögliche Anzahl ist 20.	2
2	**a**	$0{,}25^2 = 6{,}25\%$	2
	b	$0{,}35^2 + 2 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}25 + 0{,}25^2 = 36\%$	3
	c	 $0{,}35^2 \cdot 2 + 2 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}25 \cdot 3 + 0{,}25^2 \cdot 4 + 2 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}4 \cdot (-1) +$ $+2 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}4 \cdot (-2) + 0{,}4^2 \cdot (-6) = -0{,}7$ Pro Spiel ist ein durchschnittlicher Verlust von 70 Cent zu erwarten.	4
3	**a**	Die Anzahl der Kugeln in der Urne ist $n+2$. Vor der Ergänzung beträgt die Anzahl der Kugeln, die mit „+1" beschriftet sind, $0{,}35 \cdot n$, nach der Ergänzung also $0{,}35 \cdot n + 1$.	2
	b	$\frac{0{,}35n+1}{n+2} - 0{,}35 = \frac{0{,}35n+1-0{,}35\cdot(n+2)}{n+2} = \frac{0{,}3}{n+2} > 0$	3
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (5), (10), (11), (12), (13), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (6), (9)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	4					X			I		I		X		
b	2					X	II	II			I			X	
2 a	2					X			I		I	I	X		
b	3					X			II		II			X	
c	4		X			X			II	II	II			X	
3 a	2					X	III		II			III			X
b	3					X	III	III			III				X

2019 – WTR 3

BE

1 Eine Befragung unter 2360 Männern und 2200 Frauen, die in den vorhergegangenen 12 Monaten zumindest einmal an einem Glücksspiel teilgenommen hatten, ergab bei 2,5 % der befragten Männer und bei 0,5 % der befragten Frauen Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens. Unter den Befragten wird eine Person zufällig ausgewählt.

Betrachtet werden folgende Ereignisse:

M: „Die ausgewählte Person ist ein Mann.“

S: „Bei der ausgewählten Person ergaben sich Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens.“

a Stellen Sie den beschriebenen Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 3

b Die Terme $P_M(S)$ und $P(M\cap S)$ stellen Wahrscheinlichkeiten dar. Beschreiben Sie für jeden der beiden Terme die Bedeutung im Sachzusammenhang. 2

c Von den befragten Personen, bei denen sich Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens ergaben, wird eine zufällig ausgewählt. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die ausgewählte Person eine Frau ist. 2

d Von den befragten Männern sollen für eine weiterführende Studie 200 zufällig ausgewählt werden. Es soll davon ausgegangen werden, dass dabei die Anzahl der ausgewählten Männer, bei denen die Befragung Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens ergab, durch eine binomialverteilte Zufallsgröße X mit einer Trefferwahrscheinlichkeit von 2,5 % beschrieben werden kann. Bestimmen Sie das kleinste Intervall mit den beiden folgenden Eigenschaften: 5

- Das Intervall ist bezüglich des Erwartungswerts von X symmetrisch.
- Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von X im Intervall liegt, ist größer als 90 %.

2 In einer Urne befinden sich fünf Kugeln, die jeweils mit einer natürlichen Zahl beschriftet sind. Drei Kugeln tragen die Zahl 4, die anderen beiden die von 4 verschiedene Zahl x.

a Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1-0{,}6^3$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an. 2

Werden der Urne zwei Kugeln gleichzeitig zufällig entnommen, so ist der Erwartungswert für die Summe der beiden Zahlen auf den entnommenen Kugeln 12.

b Begründen Sie ohne Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, dass x größer als 5 ist. 2

c Berechnen Sie die Zahl x. 4

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	$\begin{array}{c|c|c|c} & S & \overline{S} & \\ \hline M & 59 & 2301 & 2360 \\ \overline{M} & 11 & 2189 & 2200 \\ \hline & 70 & 4490 & 4560 \end{array}$	3
	b	$P_M(S)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich bei der ausgewählten Person Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens ergaben, wenn bekannt ist, dass die Person männlich ist. $P(M \cap S)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ausgewählte Person männlich ist und die Befragung bei dieser Person Anzeichen spielsüchtigen Verhaltens ergab.	2
	c	$\frac{11}{70}$	2
	d	Erwartungswert: $200 \cdot 0{,}025 = 5$ $P_{0{,}025}^{200}(2 \le X \le 8) \approx 0{,}896 < 0{,}9$ $P_{0{,}025}^{200}(1 \le X \le 9) \approx 0{,}964 > 0{,}9$ Das gesuchte Intervall ist $[1;9]$.	5
2	**a**	Zufallsexperiment: Aus der Urne wird dreimal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Ereignis: „Nicht alle der drei entnommenen Kugeln tragen die Zahl 4.“	2
	b	Würde $x \le 5$ gelten, so wäre die Summe der Zahlen auf zwei entnommenen Kugeln maximal 10. Damit könnte der beschriebene Erwartungswert nicht 12 sein.	2
	c	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot 8 + 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot (4+x) + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2x = 12 \Leftrightarrow \frac{24}{5} + \frac{4}{5}x = 12 \Leftrightarrow x = 9$	4
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (12), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (1), (2), (6), (9), (12), (13)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	3			I	I		I	X		
b	2			I	I		I	X		
c	2			II		I			X	
d	5		II	II		II			X	
2 a	2	II	II	II					X	
b	2	I	I	I				X		
c	4		III	III		II				X

2019 – CAS 1

BE

In einem Land, in dem 80 % der Erwachsenen einen Führerschein besitzen, werden 200 Erwachsene zufällig ausgewählt. Es soll angenommen werden, dass dabei die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen, binomialverteilt ist.

a Begründen Sie, dass die beschriebene Annahme gerechtfertigt ist. 2

b Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen, vom Erwartungswert für diese Anzahl um höchstens 5 % abweicht. 4

c Ermitteln Sie, wie groß die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen mindestens sein müsste, damit von diesen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mehr als 160 einen Führerschein besitzen. 4

In einer bestimmten Region des betrachteten Lands werden alle Fahrprüfungen eines Jahres auf einen möglichen Zusammenhang zwischen dem Alter eines Prüflings und dem Bestehen der Prüfung hin untersucht. Von insgesamt 13879 Prüflingen waren 2482 zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt. Insgesamt haben 11104 Prüflinge die Prüfung bestanden; davon waren 8870 zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre.

Ein Prüfling wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

A: „Der Prüfling war zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt.“

B: „Der Prüfling hat die Prüfung bestanden.“

d Bestimmen Sie die Anzahl der Prüflinge, die zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre waren und die Prüfung nicht bestanden haben. 2

e Untersuchen Sie, ob die Wahrscheinlichkeiten $P_A(B)$ und $P(B)$ übereinstimmen. Geben Sie an, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind, und interpretieren Sie Ihre Angabe im Sachzusammenhang. 5

f Besteht ein Prüfling die Prüfung bei der ersten Teilnahme nicht, nimmt er ein zweites Mal teil. Der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung schon bei der ersten Teilnahme bestanden haben, ist q. Unter denjenigen, die zum zweiten Mal an der Prüfung teilnahmen, ist der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung bestanden haben, nur halb so groß. Der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung spätestens bei der zweiten Teilnahme bestanden haben, beträgt 90 %. Berechnen Sie den Wert von q. 3

20

Erwartungshorizont

		BE
a	Die Anzahl aller Erwachsenen ist im Vergleich zur Anzahl der ausgewählten Personen sehr groß. Deshalb sind für die 200 Erwachsenen die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die jeweilige Person einen Führerschein besitzt, nahezu gleich groß.	2
b	X: Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen $200 \cdot 0{,}8 = 160$, $5\% \cdot 160 = 8$ $P_{0{,}8}^{200}\left(152 \le X \le 168\right) \approx 86{,}8\%$	4
c	$P_{0{,}8}^{209}\left(X > 160\right) \approx 87{,}57\%$, $P_{0{,}8}^{210}\left(X > 160\right) \approx 90{,}04\%$ Es müssten mindestens 210 Erwachsene ausgewählt werden.	4
d	$13879 - 2482 - 8870 = 2527$	2
e	$P_A\left(B\right) = \frac{11104-8870}{2482} \approx 90{,}0\%$, $P\left(B\right) = \frac{11104}{13879} \approx 80{,}0\%$ Die Ereignisse A und B sind nicht stochastisch unabhängig, d. h. der Anteil derjenigen, die die Prüfung bestehen, ist in den beiden betrachteten Altersgruppen unterschiedlich groß.	5
f	$q + \left(1 - q\right) \cdot \frac{q}{2} = 0{,}9$ mit $q \le 1$ liefert $q \approx 82{,}9\%$.	3
		20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (3), (4), (7), (9), (12), (13)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2				X	X	II		II			I		X	
b	4		X		X	X		I	I		I		X		
c	4				X	X	II	III			II				X
d	2	X									I	I	X		
e	5					X			II		I	II		X	
f	3	X				X		II			II	II		X	

2019 – CAS 2

BE

In einer Urne befinden sich Kugeln. 35 % der Kugeln sind mit „$+1$“ beschriftet, 25 % mit „$+2$“, die übrigen mit „-3“.

1 **a** 100-mal nacheinander wird jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Ermitteln Sie für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit: 4

A: „Mehr als 30 und weniger als 45 der entnommenen Kugeln sind mit „$+1$“ beschriftet.“

B: „Die ersten drei entnommenen Kugeln sind mit „$+1$“ beschriftet.“

b Zeigen Sie, dass die Anzahl der in der Urne insgesamt enthaltenen Kugeln kleiner als 100 sein kann. 2

2 Unter Verwendung der Urne wird ein Spiel durchgeführt. Dabei wird zweimal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Die Zahlen auf den entnommenen Kugeln werden addiert. Ist das Ergebnis positiv, gewinnt der Spieler den Wert der Summe als Betrag in Euro, ist das Ergebnis negativ, verliert er den entsprechenden Betrag.

a Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei einem Spiel mehr als 3 Euro gewinnt. 2

b Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei einem Spiel einen Gewinn erzielt, 36 % beträgt. 3

c Ermitteln Sie für einen Spieler mithilfe eines Baumdiagramms den durchschnittlichen Verlust pro Spiel. 4

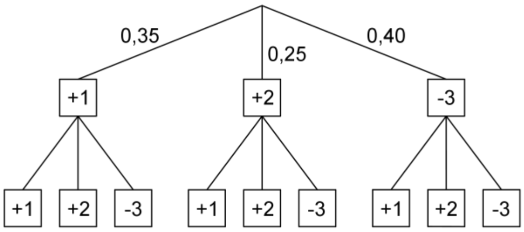
3 Die Anzahl der in der Urne tatsächlich enthaltenen Kugeln ist n. In die Urne werden zwei zusätzliche Kugeln gelegt, eine davon ist mit „$+1$“ beschriftet, die andere mit „$+2$“. Anschließend wird eine Kugel zufällig entnommen.

a Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „$+1$“ beschriftet ist, durch den Term $\frac{0{,}35n+1}{n+2}$ angegeben wird. 2

b Durch das Hinzufügen nimmt sowohl die Wahrscheinlichkeit dafür zu, dass die entnommene Kugel mit „$+1$“ beschriftet ist, als auch die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „$+2$“ beschriftet ist. Entscheiden Sie, für welche der beiden Wahrscheinlichkeiten die Zunahme größer ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung. 3

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	$P(A) \approx 80{,}2\%$ $P(B) = 0{,}35^3 \approx 4{,}3\%$	4
	b	$\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$, $\frac{25}{100} = \frac{5}{20}$ Eine mögliche Anzahl ist 20.	2
2	**a**	$0{,}25^2 = 6{,}25\%$	2
	b	$0{,}35^2 + 2 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}25 + 0{,}25^2 = 36\%$	3
	c	 $0{,}35^2 \cdot 2 + 2 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}25 \cdot 3 + 0{,}25^2 \cdot 4 + 2 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}4 \cdot (-1) +$ $+2 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}4 \cdot (-2) + 0{,}4^2 \cdot (-6) = -0{,}7$ Pro Spiel ist ein durchschnittlicher Verlust von 70 Cent zu erwarten.	4
3	**a**	Die Anzahl der Kugeln in der Urne ist $n+2$. Vor der Ergänzung beträgt die Anzahl der Kugeln, die mit „$+1$“ beschriftet sind, $0{,}35 \cdot n$, nach der Ergänzung also $0{,}35 \cdot n + 1$.	2
	b	Es gilt: $\frac{0{,}25n+1}{n+2} - 0{,}25 > \frac{0{,}35n+1}{n+2} - 0{,}35$ Die Zunahme der Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „$+2$“ beschriftet ist, ist größer.	3
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (5), (11), (12), (13), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (6), (9)

Teil-aufg.	**BE**	**Leitideen**					**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungs-bereich**		
		L1	**L2**	**L3**	**L4**	**L5**	**K1**	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	4					X			I		I		X		
b	2					X	II	II			I			X	
2 a	2					X			I		I	I	X		
b	3					X			II		II			X	
c	4		X			X			II	II	II			X	
3 a	2					X	III		II			III			X
b	3					X	III	III			III				X

2020 – WTR 1

BE

In einem großen Unternehmen sind 29 % der Beschäftigten weiblich.

1 Es werden 40 Beschäftigte zufällig ausgewählt. Die Anzahl der weiblichen Beschäftigten unter den ausgewählten kann durch eine binomialverteilte Zufallsgröße X beschrieben werden.

a Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 12 der ausgewählten Beschäftigten weiblich sind. 2

b Beschreiben Sie die Bedeutung der folgenden mathematischen Aussage im Sachzusammenhang: 3

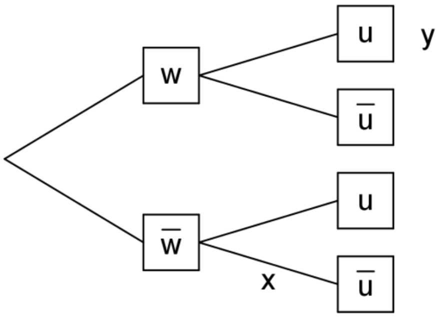
$$\sum_{k=0}^{10}\binom{40}{k}\cdot 0{,}29^{k}\cdot 0{,}71^{40-k}\approx 0{,}36$$

c Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den 40 ausgewählten Beschäftigten die Anzahl derjenigen, die nicht weiblich sind, dreimal so groß ist wie die Anzahl der weiblichen. 2

d Begründen Sie ohne Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X bei 11 oder 12 den größten Wert hat. 3

2 Unter allen Beschäftigten wurde eine Befragung zur Zufriedenheit am Arbeitsplatz durchgeführt. Dabei ergab sich, dass 3,5 % der weiblichen und 10,5 % der anderen Beschäftigten unzufrieden sind. Unter allen Beschäftigten wird eine Person zufällig ausgewählt.

Das abgebildete Baumdiagramm stellt den Sachverhalt dar.



a Ermitteln Sie die Werte von x und y. 3

b Die ausgewählte Person ist an ihrem Arbeitsplatz unzufrieden. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie nicht weiblich ist. 3

c Für eine Abteilung des Unternehmens ergab die Befragung, dass 4 % der weiblichen und 10 % der anderen Beschäftigten an ihrem jeweiligen Arbeitsplatz unzufrieden sind. Unter allen Beschäftigten dieser Abteilung ist der Anteil der unzufriedenen Beschäftigten, die nicht weiblich sind, fünfmal so groß wie der Anteil der unzufriedenen weiblichen Beschäftigten. Bestimmen Sie für diese Abteilung den Anteil der weiblichen Beschäftigten. 4

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	$\sum_{k=12}^{40} B(40;0,29;k) \approx 50,4\%$	2
	b	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den ausgewählten Beschäftigten höchstens zehn weiblich sind, beträgt etwa 36 %.	3
	c	$B(40;0,29;10) \approx 12,3\%$	2
	d	$E(X) = 40 \cdot 0,29 = 11,6$ Damit hat die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ihren größten Wert für eine der beiden natürlichen Zahlen, die 11,6 benachbart sind.	3
2	**a**	$x = 100\% - 10,5\% = 89,5\%$, $y = 0,29 \cdot 0,035 \approx 0,01$	3
	b	$\frac{0,71 \cdot 0,105}{0,71 \cdot 0,105 + 0,29 \cdot 0,035} \approx 88,0\%$	3
	c	Bezeichnet man den Anteil der weiblichen Beschäftigten mit a, so gilt: $5 \cdot 0,04 \cdot a = 0,1 \cdot (1-a) \Leftrightarrow 0,2a = 0,1 - 0,1a \Leftrightarrow 0,3a = 0,1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$	4
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (12), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (8), (9), (13)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	2			I		I		X		
b	3	II		II	II		II		X	
c	2		I	I		I		X		
d	3	II	II	II		I			X	
2 a	3			I	I	I		X		
b	3			II		I	I		X	
c	4	III	III			I	II			X

2020 – WTR 3

BE

Das Postunternehmen Q, das jährlich etwa 60 Millionen Briefe befördert, stellt 95 % aller Briefe am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zu.

1 Für 2000 zufällig ausgewählte Briefe wird untersucht, ob sie am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden.

a Begründen Sie, dass die Binomialverteilung dafür geeignet ist, Vorhersagen zum Ergebnis der Untersuchung zu treffen. 2

b Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: 3

A: „Mindestens 1900 der Briefe werden am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt."

B: „Mehr als 100 der Briefe werden nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt."

c Entscheiden Sie für jeden der beiden Terme I und II, ob er die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass mindestens 100 der ausgewählten Briefe nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden. Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung. 4

I $\quad 1-\sum_{k=101}^{2000}\left(\binom{2000}{k}\cdot 0{,}05^{k}\cdot 0{,}95^{2000-k}\right)$

II $\quad \sum_{k=0}^{1900}\left(\binom{2000}{k}\cdot 0{,}95^{k}\cdot 0{,}05^{2000-k}\right)$

d Ermitteln Sie, wie viele Briefe zufällig ausgewählt werden müssten, damit die Standardabweichung für die Anzahl der Briefe, die am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden, doppelt so groß ist wie bei 2000 Briefen. 3

2 Eine große Firma versendet einen Teil ihrer Briefe mit dem Postunternehmen Q, den anderen Teil mit einem anderen Postunternehmen. Ein Brief dieser Firma wird zufällig ausgewählt und daraufhin untersucht, ob er am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird. Die Abbildung 1 stellt den Sachverhalt dar.

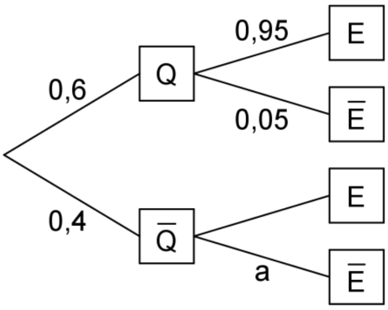


Abb. 1

a Berechnen Sie für $a = 0{,}25$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der ausgewählte Brief nicht am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird. 2

b Prüfen Sie für $a = 0{,}25$, ob die Ereignisse „Der ausgewählte Brief wird vom Postunternehmen Q befördert." und „Der ausgewählte Brief wird am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt." stochastisch unabhängig sind. 2

c Der ausgewählte Brief wird nicht am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt. Betrachtet wird die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er vom Postunternehmen Q befördert wurde.

Einer der in der Abbildung 2 gezeigten Graphen stellt diese Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von a dar. Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie Ihre Angabe, ohne zu rechnen. 4

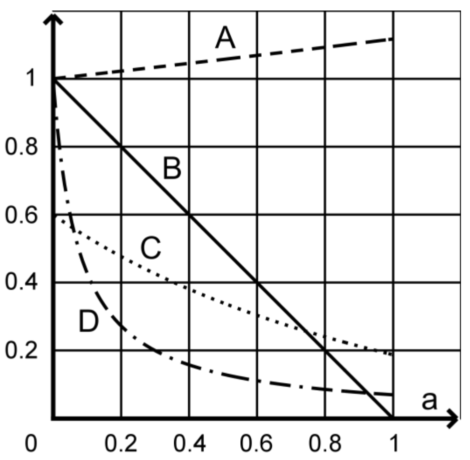


Abb. 2

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	Für jeden Brief wird nur untersucht, ob er am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird oder nicht. Da die zu untersuchenden 2000 Briefe aus der sehr großen Anzahl aller beförderten Briefe zufällig ausgewählt wurden, kann davon ausgegangen werden, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Zustellung am ersten Werktag nach der Einlieferung für alle ausgewählten Briefe gleich groß ist.	2
	b	X: Anzahl der Briefe, die am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden $P(A)=P(X\geq 1900)\approx 52{,}7\%$ $P(B)=1-P(X\geq 1900)\approx 47{,}3\%$	3
	c	Der Term I gibt die Wahrscheinlichkeit für das angegebene Ereignis nicht an. Begründung: Der erste Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass höchstens 100 der Briefe nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden. Der Term II gibt die Wahrscheinlichkeit für das angegebene Ereignis an. Begründung: Der zweite Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass höchstens 1900 der Briefe am ersten Werktag und damit mindestens 100 der Briefe nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden.	4
	d	$2\cdot\sqrt{2000\cdot 0{,}95\cdot 0{,}05}=\sqrt{8000\cdot 0{,}95\cdot 0{,}05}$, d. h. es müssten 8000 Briefe ausgewählt werden.	3
2	**a**	$0{,}6\cdot 0{,}05+0{,}4\cdot 0{,}25=0{,}13$	2
	b	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Brief am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird, beträgt bei Beförderung durch das Postunternehmen Q 95 %, bei Beförderung durch das andere Postunternehmen dagegen 75 %. Die Ereignisse sind also stochastisch abhängig.	2

c	Die betrachtete Wahrscheinlichkeit ist maximal 1. Dieser Wert wird für $a = 0$ angenommen, da der ausgewählte Brief dann mit Sicherheit vom Postunternehmen Q befördert wurde. Auch für $a = 1$ ist dies möglich, die betrachtete Wahrscheinlichkeit also größer als 0. Diese Bedingungen erfüllt nur der Graph D.	4
		20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (12), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (3), (4), (7), (8), (9), (12), (13)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	2	I		II			II		X	
b	3			I		I	I	X		
c	4	II		II	II	II			X	
d	3		II			II			X	
2 a	2			I	I	I		X		
b	2	I		I	I		I	X		
c	4	III	III	II	II		II			X

2020 – CAS 1

BE

In einem großen Unternehmen sind 29 % der Beschäftigten weiblich.

1 Es werden 40 Beschäftigte zufällig ausgewählt. Die Anzahl der weiblichen Beschäftigten unter den ausgewählten kann durch eine binomialverteilte Zufallsgröße X beschrieben werden.

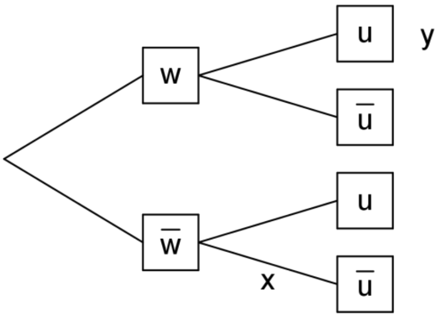
- **a** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 12 der ausgewählten Beschäftigten weiblich sind. 2
- **b** Beschreiben Sie die Bedeutung der folgenden mathematischen Aussage im Sachzusammenhang: 3

$$\sum_{x=0}^{10}\binom{40}{x}\cdot 0{,}29^{x}\cdot 0{,}71^{40-x}\approx 0{,}36$$

- **c** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den 40 ausgewählten Beschäftigten die Anzahl derjenigen, die nicht weiblich sind, dreimal so groß ist wie die Anzahl der weiblichen. 2
- **d** Begründen Sie ohne Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X für 11 oder 12 den größten Wert hat. 3

2 Unter allen Beschäftigten wurde eine Befragung zur Zufriedenheit am Arbeitsplatz durchgeführt. Dabei ergab sich, dass 3,5 % der weiblichen und 10,5 % der anderen Beschäftigten unzufrieden sind. Unter allen Beschäftigten wird eine Person zufällig ausgewählt.

Das abgebildete Baumdiagramm stellt den Sachverhalt dar.



- **a** Ermitteln Sie die Werte von x und y. 3
- **b** Die ausgewählte Person ist an ihrem Arbeitsplatz unzufrieden. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie nicht weiblich ist. 3
- **c** Für eine Abteilung des Unternehmens ergab die Befragung, dass 4 % der weiblichen und 10 % der anderen Beschäftigten an ihrem jeweiligen Arbeitsplatz unzufrieden sind. Unter allen Beschäftigten dieser Abteilung ist der Anteil der unzufriedenen Beschäftigten, die nicht weiblich sind, fünfmal so groß wie der Anteil der unzufriedenen weiblichen Beschäftigten. Bestimmen Sie für diese Abteilung den Anteil der weiblichen Beschäftigten. 4

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	$\sum_{k=12}^{40} B(40;0,29;k) \approx 50,4\%$	2
	b	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den ausgewählten Beschäftigten höchstens zehn weiblich sind, beträgt etwa 36 %.	3
	c	$B(40;0,29;10) \approx 12,3\%$	2
	d	$E(X) = 40 \cdot 0,29 = 11,6$ Damit hat die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X Ihren größten Wert für eine der beiden natürlichen Zahlen, die 11,6 benachbart sind.	3
2	**a**	$x = 100\% - 10,5\% = 89,5\%$, $y = 0,29 \cdot 0,035 \approx 0,01$	3
	b	$\frac{0,71 \cdot 0,105}{0,71 \cdot 0,105 + 0,29 \cdot 0,035} \approx 88,0\%$	3
	c	Bezeichnet man den Anteil der der weiblichen Beschäftigten mit a, so gilt: $5 \cdot 0,04 \cdot a = 0,1 \cdot (1-a) \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$	4
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (12), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (8), (9), (13)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	2			I		I		X		
b	3	II		II	II		II		X	
c	2		I	I		I		X		
d	3	II	II	II		I			X	
2 a	3			I	I	I		X		
b	3			II		I	I		X	
c	4	III	III			I	II			X

2020 – CAS 2

BE

1 Eine repräsentative Befragung deutscher Unternehmen ergab, dass von ihnen

- 10 % Onlinefortbildungen, aber keine Präsenzfortbildungen,
- 13 % Präsenzfortbildungen, aber keine Onlinefortbildungen und
- 19 % weder Online- noch Präsenzfortbildungen

für ihre Beschäftigten anbieten.

Ein deutsches Unternehmen wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

E_1: „Das Unternehmen bietet Onlinefortbildungen an."

E_2: „Das Unternehmen bietet Präsenzfortbildungen an."

a Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 2

b Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Unternehmen Präsenzfortbildungen anbietet, wenn bekannt ist, dass sein Angebot Onlinefortbildungen enthält. 2

c Entscheiden Sie, ob der Term $E_1 \cup \left(\overline{E_1} \cap E_2\right)$ das Ereignis „Mindestens eines der Ereignisse E_1 und E_2 tritt ein" beschreibt. Begründen Sie Ihre Entscheidung. 3

d Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens eines der Ereignisse E_1 und E_2 eintritt. 2

e Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 25 zufällig ausgewählten deutschen Unternehmen mindestens fünf Präsenzfortbildungen, aber keine Onlinefortbildungen anbieten. 2

f In einem anderen europäischen Land befinden sich unter 30 zufällig ausgewählten Unternehmen mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % mindestens zwei, die Onlinefortbildungen, aber keine Präsenzfortbildungen anbieten. Bestimmen Sie für dieses Land den Anteil der Unternehmen, die Onlinefortbildungen, aber keine Präsenzfortbildungen anbieten. 4

2 Von den 120 Beschäftigten eines Unternehmens sind 80 mit dessen Fortbildungsangebot zufrieden. Von den 120 Beschäftigten werden 75 zufällig ausgewählt.

a Begründen Sie, dass sich das Modell der Binomialverteilung nicht dafür eignet, eine sinnvolle Aussage über die Anzahl derjenigen Beschäftigten unter den ausgewählten zu treffen, die mit dem Fortbildungsangebot zufrieden sind. 2

b Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den ausgewählten Beschäftigten genau 50 mit dem Fortbildungsangebot zufrieden sind. 3

20

Erwartungshorizont

			BE
1	**a**	$\begin{array}{c\|c\|c\|c} & E_2 & \overline{E_2} & \\ \hline E_1 & 58\,\% & 10\,\% & 68\,\% \\ \hline \overline{E_1} & 13\,\% & 19\,\% & 32\,\% \\ \hline & 71\,\% & 29\,\% & 100\,\% \end{array}$	2
	b	$\frac{58\%}{68\%} \approx 85\%$	2
	c	Der Term beschreibt das angegebene Ereignis. Begründung: Der Term beschreibt das Ereignis, dass E_1 oder nur E_2 eintritt. Dies ist genau dann der Fall, wenn mindestens eines der Ereignisse E_1 und E_2 eintritt.	3
	d	$100\,\% - 58\,\% = 42\,\%$	2
	e	X: Anzahl der Unternehmen, die Präsenzfortbildungen, aber keine Onlinefortbildungen anbieten $P_{0,13}^{25}\left(X \geq 5\right) \approx 22\,\%$	2
	f	$P_{p}^{30}\left(X < 2\right) = 0{,}02 \Leftrightarrow \left(1-p\right)^{30} + 30 \cdot p \cdot \left(1-p\right)^{29} = 0{,}02$ liefert $p \approx 18\,\%$	4
2	**a**	Ist die erste ausgewählte Person mit dem Fortbildungsangebot zufrieden, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass auch die zweite Person damit zufrieden ist, kleiner, als dies für die erste Person der Fall war.	2
	b	$\frac{\binom{80}{50} \cdot \binom{40}{25}}{\binom{120}{75}} \approx 15{,}8\,\%$	3
			20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (10), (11), (12)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (4), (7), (8), (9), (12)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
1 a	2				I		I	X		
b	2		II	II		I			X	
c	3	II			II		I		X	
d	2	I				I		X		
e	2		I	I		I		X		
f	4		III	II		II	II			X
2 a	2	II		II			II		X	
b	3			II		I			X	

2021 – WTR 1

BE

Ein Unternehmen bietet Joghurt in Bechern an. Die Becher werden auf Paletten mit jeweils 20 Bechern ausgeliefert. Bei jedem Becher befindet sich auf der Unterseite des Deckels genau eines von sechs verschiedenen Motiven.

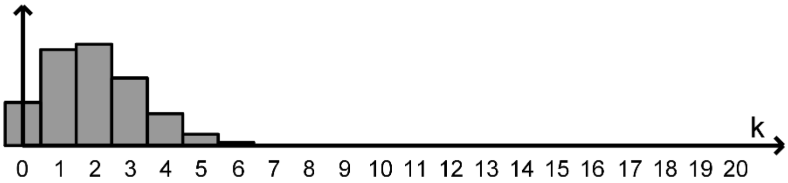
Gegenwärtig wird für jeden Becher eines der sechs Motive zufällig ausgewählt. Drei Becher werden nacheinander geöffnet.

a Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich nur im ersten und dritten Becher jeweils das Motiv 1 befindet. 2

b Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit durch den Term $\frac{6\cdot5\cdot4}{6^3}$ angegeben wird. 2

Das Unternehmen plant eine Änderung. Künftig soll für jeden Becher das Motiv 6 mit der Wahrscheinlichkeit p ausgewählt werden. Die Zufallsgröße X gibt für eine Palette die Anzahl der Becher mit dem Motiv 6 an.

c Die Abbildung zeigt für einen Wert von p die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X. 4



Beurteilen Sie jede der beiden folgenden Aussagen:

I Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich auf einer Palette weniger als zwei Becher mit dem Motiv 6 befinden, ist größer als 50 %.

II Der Wert von p ist größer als $\frac{1}{6}$.

Nach der Änderung wird für jeden Becher das Motiv 6 mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{36}$ ausgewählt. Die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die anderen fünf Motive ausgewählt werden, stimmen überein.

d Geben Sie jeweils einen Wert von m und n an, sodass mit dem Term $m\cdot\frac{1}{36}\cdot\left(\frac{35}{36}\right)^{n}+\left(\frac{35}{36}\right)^{40}$ die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses im Sachzusammenhang berechnet werden kann. Beschreiben Sie das zugehörige Ereignis. 4

e Kunden können für gesammelte Motive Prämien gewinnen. Der Tabelle können die Kosten entnommen werden, die dem Unternehmen dadurch entstehen. 4

Motiv	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit für die Auswahl						$\frac{1}{36}$
Kosten pro Becher	4 Cent	4 Cent	2 Cent	2 Cent	2 Cent	9 Cent

Berechnen Sie die mittleren Kosten pro Becher, die dem Unternehmen durch die Prämien entstehen.

f	Bei einem Fünftel aller Becher ist das Motiv farbig gedruckt, bei den anderen Bechern schwarz-weiß. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in einem zufällig ausgewählten Becher mit einem schwarz-weiß gedruckten Motiv das Motiv 6 befindet, beträgt $\frac{1}{48}$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Becher mit einem farbigen Motiv das Motiv 6 enthält.	4
		20

Erwartungshorizont

		BE
a	$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{216}$	2
b	Die drei Becher enthalten drei unterschiedliche Motive.	2
c	Die Aussage I ist falsch, da der Anteil des Flächeninhalts der beiden Säulen zu $k < 2$ am Flächeninhalt aller dargestellten Säulen nicht größer als $50\,\%$ ist. Die Aussage II ist falsch, da für $p > \frac{1}{6}$ wegen $\frac{1}{6} \cdot 20 \approx 3{,}3$ die Säule zu $k = 2$ nicht die höchste wäre.	4
d	$m = 40$, $n = 39$ Ereignis: Auf zwei Paletten befinden sich mindestens 39 Becher, die nicht das Motiv 6 enthalten.	4
e	$\frac{7}{36} \cdot (2 \cdot 4\,\text{ct} + 3 \cdot 2\,\text{ct}) + \frac{1}{36} \cdot 9\,\text{ct} \approx 3{,}0\,\text{ct}$	4
f	$\frac{1}{5} \cdot x + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{48} = \frac{1}{36} \Leftrightarrow x = 5 \cdot \left(\frac{1}{36} - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{48}\right) = \frac{1}{18}$	4
		20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8:	3.2.5 (7), (10), (14)
Standardstufe 10:	3.3.5 (6), (8), (11), (13)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2			I		I	I	X		
b	2	II		II	II		I		X	
c	4	II		I	II		II		X	
d	4	II		II	II		I		X	
e	4		I	I	I	I	I	X		
f	4		III	II		I				X

2021 – WTR 2

BE

Bei einem Smartphone-Spiel kann jeder Spieler jeden Sonntag Sterne gewinnen. Dazu hat er jeweils zehn Versuche. Bei jedem Versuch kann nur ein Stern gewonnen werden; die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt 40 %.

a Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei zehn Versuchen mehr als sechs Sterne gewinnt. 2

b Beurteilen Sie die folgende Aussage eines Spielers: 2

> *„Ich habe an den letzten drei Sonntagen jeweils acht Sterne gewonnen. Daher ist meine Chance, an diesem Sonntag wieder acht Sterne zu gewinnen, deutlich kleiner als vorher."*

c An einem Sonntag nutzen vier Spieler jeweils die möglichen zehn Versuche zum Gewinnen von Sternen. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei zwei der vier Spieler jeweils fünf Sterne gewinnen.

d Die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einem Versuch einen Stern zu gewinnen, wird geändert. Anschließend beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, bei zehn Versuchen höchstens drei Sterne zu gewinnen, etwa 62 %. Ermitteln Sie die geänderte Wahrscheinlichkeit dafür, bei einem Versuch einen Stern zu gewinnen, auf ganze Prozent genau. 3

Außerdem hat jeder Spieler täglich einmal die Möglichkeit, allein durch Starten des Spiels Bonuspunkte zu erhalten. Durch das Starten wird ihm automatisch eine zufällig bestimmte Anzahl von Bonuspunkten gutgeschrieben. Der Tabelle können die möglichen Anzahlen und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten entnommen werden.

Bonuspunkte	10	20	50
Wahrscheinlichkeit	50 %	40 %	10 %

e Ein Spieler startet das Spiel an drei aufeinanderfolgenden Tagen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Spieler von Tag zu Tag weniger Bonuspunkte erhält. 2

f Ein Spieler startet das Spiel an vier Tagen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Spieler dabei insgesamt 80 Bonuspunkte erhält. 4

g Die Wahrscheinlichkeiten für 10 und 20 Bonuspunkte werden so geändert, dass die Spieler im Zeitraum von 200 Tagen, an denen das Spiel gestartet wird, im Mittel 3000 Bonuspunkte erhalten. Ermitteln Sie die beiden geänderten Wahrscheinlichkeiten. 4

20

Erwartungshorizont

		BE
a	X: Anzahl der gewonnenen Sterne $P_{0,4}^{10}\left(X>6\right)\approx 5\%$	2
b	Die Aussage ist falsch, da die Wahrscheinlichkeit dafür, einen Stern zu gewinnen, bei allen Versuchen gleich groß ist.	2
c	$P_{0,4}^{10}\left(X=5\right)\approx 0,20$ Y: Anzahl der Spieler, die fünf Sterne gewinnen $P_{0,20}^{4}\left(Y=2\right)\approx 15\%$	3
d	$P_{0,32}^{10}\left(X\le 3\right)\approx 59,6\%$, $P_{0,31}^{10}\left(X\le 3\right)\approx 62,3\%$ Die Wahrscheinlichkeit müsste also etwa 31 % betragen.	3
e	$0,1\cdot 0,4\cdot 0,5=2\%$	2
f	$4\cdot 0,1\cdot 0,5^3+0,4^4\approx 8\%$	4
g	$x\cdot 10+\left(0,9-x\right)\cdot 20+0,1\cdot 50=\frac{3000}{200}\Leftrightarrow -10x=-8\Leftrightarrow x=0,8$, d. h. die geänderte Wahrscheinlichkeit für 10 Bonuspunkte beträgt 80 %, die für 20 Bonuspunkte 10 %.	4
		20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (5), (10), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (4), (6), (9), (12)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2			I		I		X		
b	2	I		I			I	X		
c	3		II	II		I			X	
d	3		II	I		I			X	
e	2			I	I	I	I	X		
f	4	I	II	II	I	I			X	
g	4		III	II		II	II			X

2021 – WTR 3

BE

In einem großen Unternehmen sind 77 % aller Beschäftigten mit der Höhe ihres Gehalts zufrieden. 5 % aller Beschäftigten sind in der Werbeabteilung tätig und nicht zufrieden mit der Höhe ihres Gehalts. Insgesamt gehören der Werbeabteilung 12 % aller Beschäftigten an.

a Stellen Sie den Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 3

b Untersuchen Sie, ob der Anteil der Beschäftigten, die mit ihrem Gehalt nicht zufrieden sind, in der Werbeabteilung größer ist als im übrigen Unternehmen. 3

c Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter 500 zufällig ausgewählten Beschäftigten mehr als 400 befinden, die mit ihrem Gehalt zufrieden sind. 2

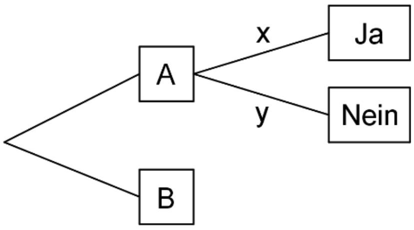
d Beschreiben Sie die Bedeutung des Terms $1-\sum_{i=0}^{400}\binom{600}{i}\cdot 0{,}23^{i}\cdot 0{,}77^{600-i}$ im Sachzusammenhang. 3

Im Rahmen einer Befragung soll ermittelt werden, wie viele Beschäftigte beabsichtigen, das Unternehmen innerhalb der nächsten zwölf Monate zu verlassen. Um zu vermeiden, dass Befragte aus Sorge vor negativen Konsequenzen nicht wahrheitsgemäß antworten, wird ein besonderes Verfahren angewendet. Dabei wird 70 % aller Beschäftigten die folgende Frage A zugeteilt, den übrigen Beschäftigten die folgende Frage B:

A: „Beabsichtigen Sie, das Unternehmen innerhalb der nächsten zwölf Monate zu verlassen?“

B: „Beabsichtigen Sie, für die nächsten zwölf Monate im Unternehmen zu bleiben?“

Nur der befragten Person selbst ist bekannt, welche Frage ihr zugeteilt wurde. Die befragte Person beantwortet die Frage wahrheitsgemäß.



Das abgebildete Baumdiagramm stellt einen Teil des beschriebenen Verfahrens dar.

e Geben Sie die Bedeutung von y im Sachzusammenhang an. 2

Von den 2700 Beschäftigten antworten 1024 mit „Ja“. Es kann davon ausgegangen werden, dass der Anteil der Beschäftigten mit der Absicht, das Unternehmen innerhalb der nächsten zwölf Monate zu verlassen, unter denjenigen, denen die Frage A zugeteilt wurde, ebenso groß ist wie unter denjenigen, denen die Frage B zugeteilt wurde.

f Weisen Sie nach, dass aufgrund des Ergebnisses der Befragung davon auszugehen ist, dass etwa 20 % der Beschäftigten beabsichtigen, das Unternehmen innerhalb der nächsten zwölf Monate zu verlassen. 4

g Eine beschäftigte Person, die mit „Ja“ geantwortet hat, wird zufällig ausgewählt. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person beabsichtigt, das Unternehmen innerhalb der nächsten zwölf Monate zu verlassen. 3

20

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th></th><th></th><th>BE</th></tr>
<tr><td>a</td><td>W: „Eine Person ist in der Werbeabteilung tätig.“
Z: „Eine Person ist mit ihrem Gehalt zufrieden.“
<table>
<tr><th></th><th>Z</th><th>$\overline{Z}$</th><th></th></tr>
<tr><td>W</td><td>7 %</td><td>5 %</td><td>12 %</td></tr>
<tr><td>$\overline{W}$</td><td>70 %</td><td>18 %</td><td>88 %</td></tr>
<tr><td></td><td>77 %</td><td>23 %</td><td>100 %</td></tr>
</table></td><td>3</td></tr>
<tr><td>b</td><td>Der betrachtete Anteil ist in der Werbeabteilung mit $\frac{5\%}{12\%} \approx 42\%$ größer als im übrigen Unternehmen mit $\frac{18\%}{88\%} \approx 20\%$.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>c</td><td>X: Anzahl der Beschäftigten, die mit ihrem Gehalt zufrieden sind
$P_{0,77}^{500}\left(X > 400\right) \approx 5\%$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>d</td><td>Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass unter 600 zufällig ausgewählten Beschäftigten mehr als 400 mit ihrem Gehalt nicht zufrieden sind.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>e</td><td>y gibt für die Befragten, denen die Frage A zugeordnet wurde, den Anteil derjenigen an, die mit „Nein“ geantwortet haben.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>f</td><td>$0{,}7 \cdot x + 0{,}3 \cdot \left(1 - x\right) = \frac{1024}{2700} \Leftrightarrow 0{,}4x = \frac{1024}{2700} - 0{,}3$ liefert $x \approx 20\%$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>g</td><td>$\frac{0{,}7 \cdot 0{,}2}{\frac{1024}{2700}} \approx 37\%$</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>20</td></tr>
</table>

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (12), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (1), (2), (4), (8), (9)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	3				I		I	X		
b	3		II		I	I			X	
c	2			I		I	I	X		
d	3	II		II	II		I		X	
e	2				I		I	X		
f	4	III	III		II	II	II			X
g	3			II	II	I			X	

2021 – CAS 1

BE

In einem Bundesland wird die Bevölkerungsgruppe derjenigen, die im Jahr 2000 geboren wurden, im Hinblick auf Schulabschlüsse untersucht. In dieser Bevölkerungsgruppe beträgt der Anteil der Personen mit Abitur 36 %. Unter den Personen mit Abitur sind 54 % weiblich. Der Anteil der nicht weiblichen Personen ohne Abitur in der gesamten Bevölkerungsgruppe beträgt 34 %.

a Weisen Sie nach, dass unter allen Personen ohne Abitur der Anteil derjenigen, die nicht weiblich sind, etwa 53 % beträgt. 2

b Stellen Sie den Sachzusammenhang in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. 3

c Zur betrachteten Bevölkerungsgruppe gehören 27 000 Personen. Ermitteln Sie, wie viele dieser Personen weiblich sind. 3

Für eine Online-Befragung werden aus der betrachteten Bevölkerungsgruppe 100 Personen zufällig ausgewählt. Es soll davon ausgegangen werden, dass unter den ausgewählten Personen die Anzahl derjenigen mit Abitur binomialverteilt ist.

d Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den ausgewählten Personen 30 mit Abitur sind. 1

e Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der ausgewählten Personen mit Abitur kleiner als der Erwartungswert dieser Anzahl ist. 3

Unter den 100 Personen, die für die Online-Befragung ausgewählt wurden, befinden sich 40 mit Abitur.

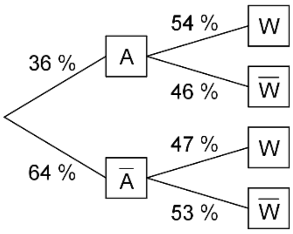
f Von den 100 Personen werden vier zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese vier Personen kein Abitur haben. 2

g Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $\frac{\binom{40}{2}\cdot\binom{60}{4}}{\binom{100}{6}}$ berechnet werden kann. Geben Sie das Ereignis an. 2

h Aus der gesamten Bevölkerungsgruppe derjenigen, die im Jahr 2000 geboren wurden, werden n Personen zufällig ausgewählt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich darunter mehr als 20 mit Abitur befinden, ist größer als 0 % und kleiner als 10 %. Ermitteln Sie alle Werte, die für n infrage kommen. 4

20

Erwartungshorizont

		BE
a	$\frac{34\%}{64\%} \approx 53\%$	2
b	 A: „Eine Person hat Abitur.“ W: „Eine Person ist weiblich.“	3
c	$\left(0{,}36 \cdot 0{,}54 + 0{,}64 \cdot 0{,}47\right) \cdot 27000 \approx 13370$	3
d	X: Anzahl der ausgewählten Personen mit Abitur $P_{0{,}36}^{100}\left(X = 30\right) \approx 4\%$	1
e	Erwartungswert: $36\% \cdot 100 = 36$ $P_{0{,}36}^{100}\left(X < 36\right) \approx 46\%$	3
f	$\frac{\binom{60}{4}}{\binom{100}{4}} \approx 12\%$	2
g	Zufallsexperiment: Sechs der 100 Personen werden zufällig ausgewählt. Ereignis: Von den sechs ausgewählten Personen haben zwei Abitur.	2
h	Mit $P_{0{,}36}^{45}\left(X > 20\right) \approx 9\%$ und $P_{0{,}36}^{46}\left(X > 20\right) \approx 11\%$ ergibt sich $21 \le n \le 45$.	4
		20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (7), (10), (11), (12), (13), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (2), (4), (8), (9), (12), (13)

Teilaufgabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2		II	I		I	I		X	
b	3				I		I	X		
c	3		II		I	I			X	
d	1			I		I		X		
e	3		II	I		I			X	
f	2			I		I		X		
g	2	II		I	II		I		X	
h	4	II	III	II		I	II			X

2021 – CAS 2

BE

Bei einem Smartphone-Spiel kann jeder Spieler jeden Sonntag Sterne gewinnen. Dazu hat er jeweils zehn Versuche. Bei jedem Versuch kann nur ein Stern gewonnen werden; die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt 40 %.

a Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei zehn Versuchen mehr als sechs Sterne gewinnt. 2

b Beurteilen Sie die folgende Aussage eines Spielers: 2

> *„Ich habe an den letzten drei Sonntagen jeweils acht Sterne gewonnen. Daher ist meine Chance, an diesem Sonntag wieder acht Sterne zu gewinnen, deutlich kleiner als vorher.“*

c An einem Sonntag nutzen vier Spieler jeweils die möglichen zehn Versuche zum Gewinnen von Sternen. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei zwei der vier Spieler jeweils fünf Sterne gewinnen. 3

d Die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einem Versuch einen Stern zu gewinnen, wird geändert. Anschließend beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, bei zehn Versuchen höchstens drei Sterne zu gewinnen, etwa 62 %. Ermitteln Sie die geänderte Wahrscheinlichkeit dafür, bei einem Versuch einen Stern zu gewinnen, auf ganze Prozent genau. 3

Außerdem hat jeder Spieler täglich einmal die Möglichkeit, allein durch Starten des Spiels Bonuspunkte zu erhalten. Durch das Starten wird ihm automatisch eine zufällig bestimmte Anzahl von Bonuspunkten gutgeschrieben. Der Tabelle können die möglichen Anzahlen und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten entnommen werden.

Anzahl der Bonuspunkte	10	20	50
Wahrscheinlichkeit	50 %	40 %	10 %

e Ein Spieler startet das Spiel an drei aufeinanderfolgenden Tagen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Spieler von Tag zu Tag weniger Bonuspunkte erhält. 2

f Ein Spieler startet das Spiel an vier Tagen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Spieler dabei insgesamt 80 Bonuspunkte erhält. 4

g Die Wahrscheinlichkeiten für 10 und 20 Bonuspunkte werden so geändert, dass die Spieler im Zeitraum von 200 Tagen, an denen das Spiel gestartet wird, im Mittel 3000 Bonuspunkte erhalten. Ermitteln Sie die beiden geänderten Wahrscheinlichkeiten. 4

20

Erwartungshorizont

		BE
a	X: Anzahl der gewonnenen Sterne $P_{0,4}^{10}\left(X>6\right)\approx 5\,\%$	2
b	Die Aussage ist falsch, da die Wahrscheinlichkeit dafür, einen Stern zu gewinnen, bei allen Versuchen gleich groß ist.	2
c	$P_{0,4}^{10}\left(X=5\right)\approx 0,20$ Y: Anzahl der Spieler, die fünf Sterne gewinnen $P_{0,20}^{4}\left(Y=2\right)\approx 15\,\%$	3
d	$P_{0,32}^{10}\left(X\leq 3\right)\approx 59,6\,\%$, $P_{0,31}^{10}\left(X\leq 3\right)\approx 62,3\,\%$ Die Wahrscheinlichkeit müsste also etwa 31 % betragen.	3
e	$0,1\cdot 0,4\cdot 0,5=2\,\%$	2
f	$4\cdot 0,1\cdot 0,5^3+0,4^4\approx 8\,\%$	4
g	$x\cdot 10+\left(0,9-x\right)\cdot 20+0,1\cdot 50=\frac{3000}{200}\Leftrightarrow x=0,8$, d. h. die geänderte Wahrscheinlichkeit für 10 Bonuspunkte beträgt 80 %, die für 20 Bonuspunkte 10 %.	4
		20

Bildungsplan BW– & KMK–Standardbezug

Standardstufe 8: 3.2.5 (5), (10), (14)

Standardstufe 10: 3.3.5 (4), (6), (9), (12)

Teil-auf-gabe	**BE**	**allgemeine mathematische Kompetenzen**						**Anforderungsbereich**		
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**I**	**II**	**III**
a	2			I		I		X		
b	2	I		I			I	X		
c	3		II	II		I			X	
d	3		II	I		I			X	
e	2			I	I	I	I	X		
f	4	I	II	II	I	I			X	
g	4		III	II		II	II			X