

**Aufgabe 1** (NT 2008, Nr.1)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 3x \cdot e^{-x+1}$

und vereinfachen Sie so weit wie möglich.

(2 VP)

**Aufgabe 2** (HT 2008, Nr. 2)

$G$  ist eine Stammfunktion der Funktion  $g$  mit  $g(x) = 2 - 3 \cdot \sin(4x)$ .

Der Punkt  $P(0|1)$  liegt auf dem Graphen von  $G$ .

Bestimmen Sie einen Funktionsterm von  $G$ .

(2 VP)

**Aufgabe 3** (HT 2008, Nr. 3)

Lösen Sie die Gleichung  $\frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^2} = 1$  ( $x \neq 0$ ).

(3 VP)

**Aufgabe 4** (HT 2008, Nr. 4)

Für eine ganzrationale Funktion  $h$  zweiten Grades gilt:

$T(-1|-4)$  ist der Tiefpunkt und  $Q(2|5)$  ist ein weiterer Punkt ihres Graphen.

Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung von  $h$ .

(4 VP)

**Aufgabe 5** (HT 2007, Nr. 5, leicht gekürzt)

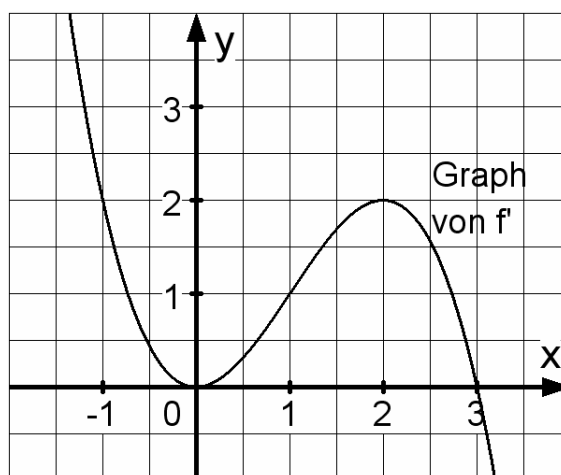
Gegeben ist der Graph der Ableitung  $f'$  der Funktion  $f$ .

- a) Welche Aussagen über die Funktion  $f$  ergeben sich daraus im Hinblick auf
- Monotonie,
  - Wendestellen?

Begründen Sie Ihre Aussagen.

- b) Es gilt  $f(0) = 2$ .

Skizzieren Sie den Graphen von  $f$ .



(4 VP)

**Aufgabe 6** (NT 2008, Nr. 7)

Gegeben sind die Ebenen  $E_1 : 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$  und  $E_2 : 5x_2 - 10 = 0$ .

Stellen Sie die beiden Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar.

Zeichnen Sie die Schnittgerade der beiden Ebenen ein.

Geben Sie eine Gleichung dieser Schnittgeraden an. (4 VP)

**Aufgabe 7** (HT 2008, Nr. 6)

Gegeben sind die beiden parallelen Geraden  $g$  und  $h$  durch

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Abstand der beiden Geraden. (4 VP)

**Aufgabe 8**

Eine Urne enthält 5 rote, 3 weiße und 2 gelbe Kugeln.

a) Es werden 3 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man keine gelbe Kugel?

b) Nun werden 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben die beiden Kugeln die gleiche Farbe?

(4 VP)

**Aufgabe 9**

Mit  $V = \pi \int_2^3 (2x - 4)^2 dx$  wird der Rauminhalt eines Rotationskörpers berechnet.

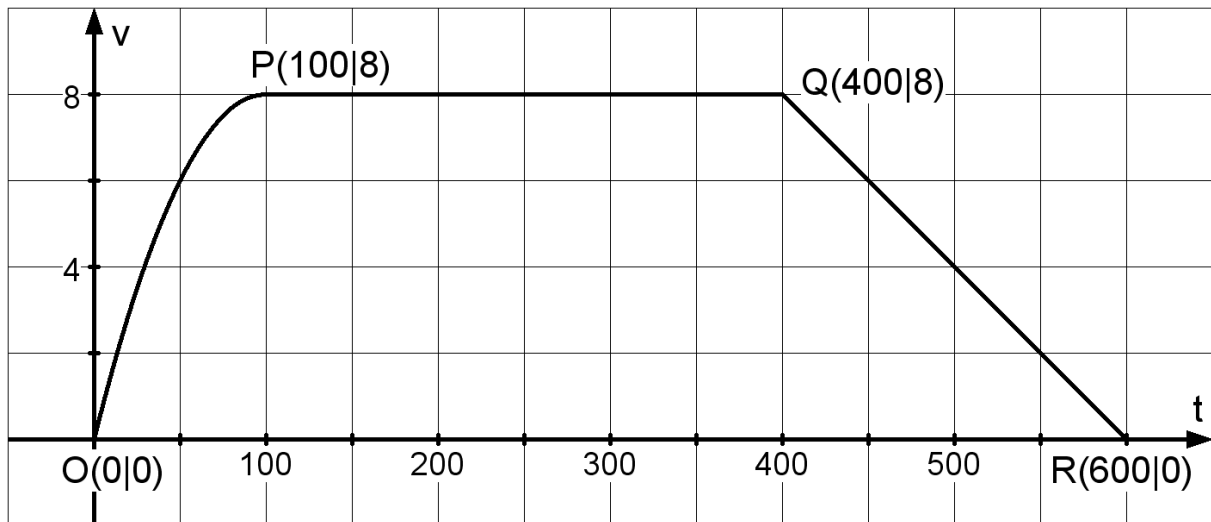
Skizzieren Sie den Sachverhalt.

Um welchen Körper handelt es sich? (3 VP)

**Aufgabe A 1.1**

Das Schaubild stellt die Geschwindigkeit  $v$  eines Testfahrzeugs dar

[  $t$  in s,  $v(t)$  in  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$  ].



a) Ergänzen Sie die fehlenden Funktionsterme der Funktion  $v$  :

$$v(t) = \begin{cases} -\frac{1}{1250}t^2 + \frac{4}{25}t & \text{für } 0 \leq t < 100 \\ \dots\dots\dots & \text{für } 100 \leq t < 400 \\ \dots\dots\dots & \text{für } 400 \leq t \leq 600 \end{cases} \quad (3 \text{ VP})$$

b) Welche Strecke hat das Fahrzeug nach vier Minuten zurückgelegt?

Bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit für die gesamte Fahrdauer. (4 VP)

c) Beschreiben Sie die zu  $v$  gehörende Zeit-Weg-Funktion durch Terme. (4 VP)

**Aufgabe A 1.2**

Für jedes  $t \in \mathbb{R}$  besitzt der Graph der Funktion  $f_t$  mit  $f_t(x) = t^2 - x + e^{x-t}$  einen Tiefpunkt.

Bestimmen Sie  $t$  so, dass dieser Tiefpunkt möglichst tief liegt. (4 VP)

**Aufgabe A 2** (HT 2006, I 3, gekürzt)

Durch  $f(t) = 20t \cdot e^{-0,5t}$  wird die Konzentration eines Medikaments im Blut eines Patienten beschrieben. Dabei wird  $t$  in Stunden seit der Einnahme und  $f(t)$  in  $\frac{\text{mg}}{\ell}$  gemessen.

Die folgenden Betrachtungen sind nur für die Zeitspanne der ersten 12 Stunden nach der Einnahme des Medikaments durchzuführen.

a) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Konzentration.

Nach welcher Zeit erreicht die Konzentration ihren höchsten Wert?

Wie groß ist dieser höchste Wert?

Das Medikament ist nur wirksam, wenn seine Konzentration im Blut mindestens  $4 \frac{\text{mg}}{\ell}$  beträgt.

Berechnen Sie die Zeitspanne, in der das Medikament wirksam ist.

Wie hoch ist die mittlere Konzentration des Medikaments innerhalb der ersten 12 Stunden?

(5 VP)

b) Zu welchem Zeitpunkt wird das Medikament am stärksten abgebaut?

Wie groß ist zum Zeitpunkt  $t = 4$  die momentane Änderungsrate der Konzentration?

Ab diesem Zeitpunkt wird die Konzentration des Medikaments nun näherungsweise durch die Tangente an den Graphen von  $f$  an der Stelle  $t = 4$  beschrieben.

Bestimmen Sie damit den Zeitpunkt, zu dem das Medikament vollständig abgebaut wäre.

Wie groß ist zu diesem Zeitpunkt die tatsächliche Konzentration des Medikaments im Blut?

(5 VP)

c) Anstelle der Näherung aus Teilaufgabe b) wird nun wieder die Beschreibung der Konzentration durch  $f$  verwendet.

Vier Stunden nach der ersten Einnahme wird das Medikament in der gleichen Dosierung erneut eingenommen. Es wird angenommen, dass sich dabei die Konzentrationen im Blut des Patienten addieren.

Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Gesamtkonzentration für  $0 \leq t \leq 12$ .

Die Konzentration des Medikaments im Blut darf  $20 \frac{\text{mg}}{\ell}$  nicht übersteigen.

Wird diese Vorgabe in diesem Fall eingehalten?

(5 VP)

**Aufgabe B 1.1**

Ein Flugzeug fliegt bezogen auf ein räumliches Koordinatensystem in Richtung der positiven  $x_2$ -Achse. Seine Geschwindigkeit beträgt zunächst  $v_F = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Gleichzeitig steigt ein Ballon mit der Geschwindigkeit  $v_B = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  vertikal nach oben.

Zu Beobachtungsbeginn befinden sich der Ballon im Punkt  $B(-40|130|20)$  und das Flugzeug im Punkt  $F(300|-1000|800)$ ; alle Koordinaten sind in Meter gegeben.

- Bestimmen Sie den Abstand der beiden Flugbahnen. (3 VP)
- Wie nah kommen sich Flugzeug und Ballon tatsächlich? (3 VP)
- Das Flugzeug fliegt nun mit der Geschwindigkeit  $v_F^*$ . Für einen Beobachter, der sich im Punkt  $S(-100|-200|0)$  befindet, stoßen dann der Ballon und das Flugzeug 20 s nach Beobachtungsbeginn scheinbar zusammen. Bestimmen Sie  $v_F^*$ . (5 VP)

**Aufgabe B 1.2**

Ein Labor entwickelt einen neuen Impfstoff und testet ihn in einem Tierversuch mit 900 Mäusen.

Mit dem Impfstoff dürfen keine klinischen Studien an Menschen durchgeführt werden, wenn sich im Tierversuch in mindestens 2% der Fälle unerwünschte Nebenwirkungen zeigen.

Bestimmen Sie für die Nullhypothese  $H_0: p \geq 2\%$  die Entscheidungsregel für den Test mit 900 Mäusen mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 1%. (4 VP)

**Aufgabe B 2.1** (HT 2006, II 1.1, gekürzt)

Die Punkte  $A(3|5|-4)$ ,  $B(4|1|4)$  und  $D(-4|9|0)$  legen eine Ebene  $E$  fest.

- a) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene  $E$ .

Zeigen Sie, dass das Dreieck  $ABD$  gleichschenkelig, aber nicht gleichseitig ist.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes  $C$  so, dass das Viereck  $ABCD$  eine Raute ist.

Berechnen Sie die Koordinaten des Diagonalschnittpunkts  $M$  dieser Raute.

(Teilergebnisse:  $E: 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 29$  ;  $M(0|5|2)$  ) (5 VP)

- b) Gegeben ist ein weiterer Punkt  $S(8|15|6)$ .

Die Raute  $ABCD$  bildet zusammen mit dem Punkt  $S$  eine Pyramide.

Bestimmen Sie das Volumen dieser Pyramide. (3 VP)

**Aufgabe B 2.2**

Für einen Flug stehen zwei Flugzeuge zur Verfügung, der zweimotorige „Adler“ und die viermotorige „Juhu“. Der „Adler“ fliegt auch noch, wenn nur ein Motor intakt ist. Die „Juhu“ braucht mindestens zwei intakte Motoren.

$p$  ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Motor während des gesamten Fluges einwandfrei arbeitet.

- a) Welches Flugzeug ist sicherer, wenn  $p = 0,95$  gilt? (3 VP)

- b) Stellen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass der „Adler“ bzw. die „Juhu“ das Ziel erreicht, jeweils als Funktion von  $p$  dar.

Für welche Werte von  $p$  ist der „Adler“ sicherer als die „Juhu“? (4 VP)

**Aufgabe 1**

$$f'(x) = 3e^{-x+1} + 3x \cdot (-1) \cdot e^{-x+1} = 3 \cdot (1-x) \cdot e^{-x+1}$$

**Aufgabe 2**

Es gilt:  $G_c(x) = 2x + \frac{3}{4} \cdot \cos(4x) + c$ . Aus  $G_c(0) = 1$  folgt  $c = \frac{1}{4}$ .

Die gesuchte Stammfunktion ist  $G$  mit  $G(x) = 2x + \frac{3}{4} \cos(4x) + \frac{1}{4}$ .

**Aufgabe 3**

$\frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^2} = 1 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 6 = 0$ . Die Substitution  $u = x^2$  ergibt  $u^2 - u - 6 = 0$  mit den Lösungen  $u_1 = -2$  und  $u_2 = 3$ . Aus der Resubstitution ergeben sich die Lösungen  $x_1 = -\sqrt{3}$  und  $x_2 = \sqrt{3}$ .

**Aufgabe 4**

Ganzrationale Funktion zweiten Grades:  $h(x) = ax^2 + bx + c$

$$\left. \begin{array}{l} T(-1|-4) \quad \text{bzw.} \quad h(-1) = -4: \quad \text{(I)} \quad a - b + c = -4 \\ \quad \quad \quad \text{und} \quad h'(-1) = 0: \quad \text{(II)} \quad -2a + b = 0 \\ Q(2|5) \quad \quad \text{bzw.} \quad h(2) = 5: \quad \text{(III)} \quad 4a + 2b + c = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 1; b = 2; c = -3$$

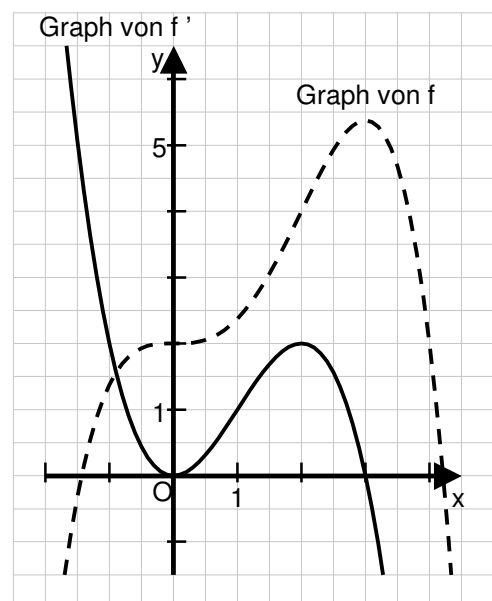
Damit ergibt sich  $h(x) = x^2 + 2x - 3$ .

**Aufgabe 5**

a) Für den dargestellten Bereich gilt:

- $f$  ist monoton steigend für  $x < 3$ , da dort  $f'(x) \geq 0$  gilt.  
 $f$  ist monoton fallend für  $x > 3$ , da dort  $f'(x) < 0$  gilt.
- $f$  hat die Wendestellen  $x = 0$  und  $x = 2$ , da  $f'$  an diesen Stellen lokale Extrema besitzt.

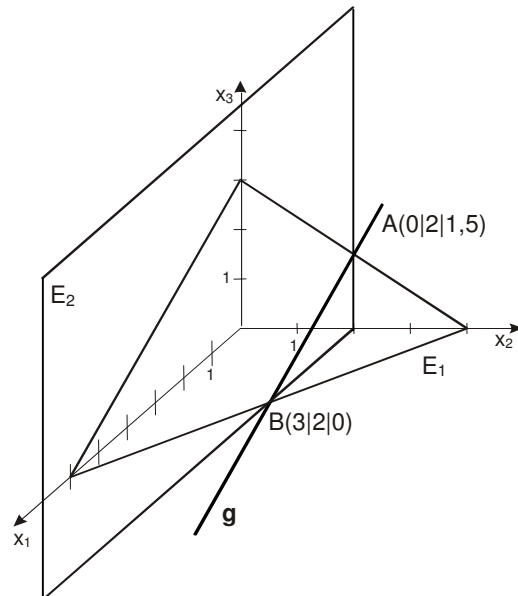
b)



**Aufgabe 6**

Gleichung der Schnittgeraden:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1,5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1,5 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 7**
 $d(g,h) = d(g,P)$  mit  $P(1|2|5) \in h$ 

Bestimme Hilfsebene H, die zu g orthogonal ist und P enthält. H:  $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ .

Der Schnittpunkt der Hilfsebene H mit der Geraden g ist der Punkt  $F(5|5|5)$ .

Der gesuchte Abstand d ist  $d(g,h) = |\overline{PF}| = \left| \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = 5$ .

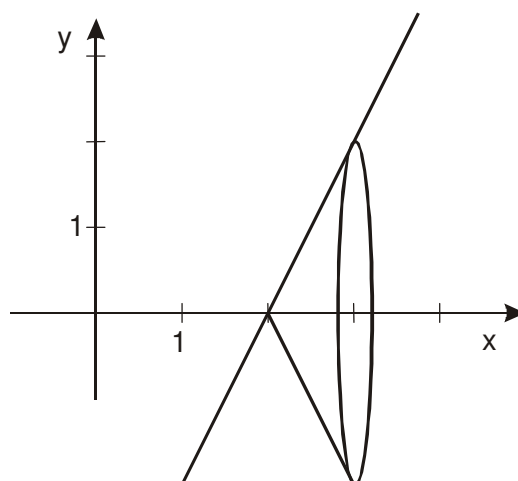
**Aufgabe 8**

$$a) P(\text{"keine gelbe"}) = \left(\frac{8}{10}\right)^3 = \frac{512}{1000} = 0,512$$

$$b) P(\text{"zwei gleiche"}) = P(rr) + P(ww) + P(gg) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{14}{45}$$

**Aufgabe 9**

Es handelt sich um einen Kegel.





**Aufgabe A 1.1**

$$a) v(t) = \begin{cases} -\frac{1}{1250}t^2 + \frac{4}{25}t & \text{für } 0 \leq t < 100 \\ 8 & \text{für } 100 \leq t < 400 \\ -\frac{1}{25}t + 24 & \text{für } 400 \leq t \leq 600 \end{cases}$$

**b) Nach 4 Minuten zurückgelegte Strecke**

$$\int_0^{240} v(t) dt = \int_0^{100} \left( -\frac{1}{1250}t^2 + \frac{4}{25}t \right) dt + \int_{100}^{240} 8 dt \approx 533 + 1120 = 1653 \quad (\text{GTR})$$

Nach 4 Minuten sind ca. 1653 Meter zurückgelegt.

**Mittlere Geschwindigkeit**

$$\begin{aligned} \text{Gesamtstrecke: } & \int_0^{100} \left( -\frac{1}{1250}t^2 + \frac{4}{25}t \right) dt + \int_{100}^{400} 8 dt + \int_{400}^{600} \left( -\frac{1}{25}t + 24 \right) dt \\ & \approx 533 + 2400 + 800 = 3733 \quad (\text{GTR}) \end{aligned}$$

$$\text{Mittlere Geschwindigkeit: } \frac{3733 \text{ m}}{600 \text{ s}} \approx 6,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**c) Zeit-Weg-Funktion s**

$$\text{Für } 0 \leq t < 100: \quad s(t) = \int_0^t \left( -\frac{1}{1250}x^2 + \frac{4}{25}x \right) dx = -\frac{1}{3750}t^3 + \frac{2}{25}t^2$$

$$\text{Für } 100 \leq t < 400: \quad s(t) = s(100) + \int_{100}^t 8 dx = \frac{1600}{3} + [8x]_{100}^t = 8t - \frac{800}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{Für } 400 \leq t \leq 600: \quad s(t) &= s(400) + \int_{400}^t \left( -\frac{1}{25}x + 24 \right) dx = \frac{8800}{3} + \left[ -\frac{1}{50}x^2 + 24x \right]_{400}^t \\ &= -\frac{1}{50}t^2 + 24t - \frac{10400}{3} \end{aligned}$$

**Aufgabe A 1.2**

$$\text{Ableitungen: } f_t'(x) = -1 + e^{x-t} \quad ; \quad f_t''(x) = e^{x-t}.$$

$$\text{Tiefpunkt: } f_t'(x) = 0 \quad \text{für } x = t \quad ; \quad f_t(t) = t^2 - t + 1.$$

$$\text{Somit: } T(t | t^2 - t + 1).$$

Das Minimum von  $t^2 - t + 1$  ergibt sich für  $t = 0,5$  (GTR).

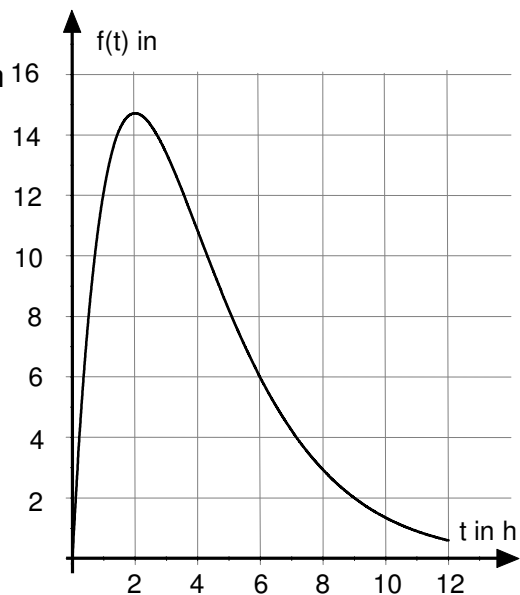
**Aufgabe A 2**a) Maximum der Konzentration

Mit dem GTR erhält man das Maximum von  $f$  für  $t \approx 2,00$ .

Nach ca. 2 Stunden wird die maximale Konzentration von etwa  $14,7 \frac{\text{mg}}{\ell}$  erreicht.

Wirksame Zeitspanne

Die Gerade mit der Gleichung  $y = 4$  schneidet das Schaubild von  $f$  an den Stellen  $t_1 \approx 0,22$  und  $t_2 \approx 7,15$  (GTR). Damit ergibt sich eine wirksame Zeitspanne von etwa 6,9 Stunden.

Mittlere Konzentration

$$\bar{f} = \frac{1}{12} \int_0^{12} f(t) dt \approx 6,55 \quad (\text{GTR}).$$

Die mittlere Konzentration des Medikaments während der ersten 12 Stunden beträgt etwa  $6,6 \frac{\text{mg}}{\ell}$ .

b) Stärkster Abbau des Medikaments

Zu bestimmen ist die Wendestelle des Schaubilds von  $f$ .

Mit dem GTR erhält man  $t_w \approx 4,00$ .

Etwa 4 Stunden nach der Einnahme ist der Abbau des Medikaments am stärksten.

Änderungsrate zum Zeitpunkt  $t = 4$ 

Der GTR liefert  $f'(4) \approx -2,71$ .

Die momentane Änderungsrate der Konzentration beträgt nach 4 Stunden etwa  $-2,7 \frac{\text{mg}}{\ell}$  pro Stunde.

Näherung mithilfe der Wendetangente

Mit  $f'(4) \approx -2,71$  und  $f(4) \approx 10,83$  erhält man eine Gleichung für die Wendetangente:  $y = -2,71(t - 4) + 10,83$ .

Schnitt der Wendetangente mit der  $t$ -Achse:  $t \approx 8,00$ .

Nach dieser Näherung wäre das Medikament nach 8 Stunden völlig abgebaut.

Tatsächliche Konzentration nach 8 Stunden

$f(8) \approx 2,93$ ;

Die tatsächliche Konzentration nach 8 Stunden beträgt ca.  $2,9 \frac{\text{mg}}{\ell}$ .

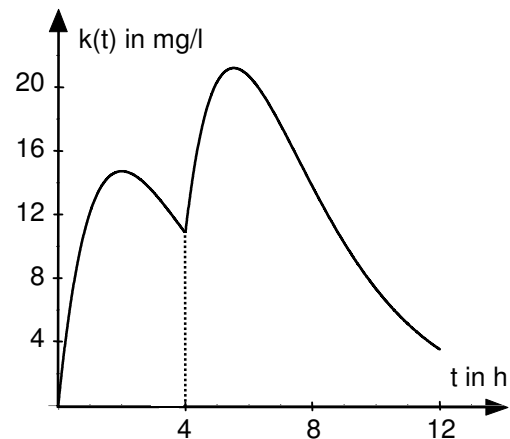
c) Einhalten der Vorgabe

Für  $t \geq 4$  wird die Konzentration durch die Funktion  $k$  mit  $k(t) = f(t) + f(t-4)$  beschrieben.

Mit dem GTR erhält man das Maximum von  $k$  für  $t \approx 5,52$ .

Die Konzentration beträgt zu diesem Zeitpunkt etwa  $21,20 \frac{\text{mg}}{\ell}$ .

Die Vorgabe wird also nicht eingehalten.

**Aufgabe B 1.1**

$$\text{a) Flugzeug: } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 300 \\ -1000 \\ 800 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix}; \text{ Ballon: } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -40 \\ 130 \\ 20 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Da die beiden windschiefen Geraden  $g$  und  $h$  parallel zur  $x_2x_3$ -Ebene sind, lässt sich ihr Abstand  $d$  als Differenz der  $x_1$ -Werte der Stützpunkte berechnen:

$$d = 300 - (-40) = 340.$$

Der Abstand der beiden Flugbahnen beträgt 340 m.

b) Zum Zeitpunkt  $t$  befindet sich der Ballon im Punkt  $B_t(-40 | 130 | 20 + 5t)$ , das Flugzeug im Punkt  $F_t(300 | -1000 + 100t | 800)$ .

Der Abstand von Ballon und Flugzeug zum Zeitpunkt  $t$  ist:

$$d(t) = |\overline{B_t F_t}| = \sqrt{340^2 + (-1130 + 100t)^2 + (780 - 5t)^2}$$

Der GTR liefert das Minimum von  $d(t)$  für  $t \approx 11,7$  mit  $d_{\min} \approx 799$ .

Ballon und Flugzeug nähern sich bis auf etwa 800 m.

c) Zum Zeitpunkt  $t^* = 20$  befindet sich der Ballon im Punkt  $B^*(-40 | 130 | 120)$ .

$$\text{Die Sichtlinie durch die Punkte } S \text{ und } B^* \text{ ist die Gerade } k: \vec{x} = \begin{pmatrix} -100 \\ -200 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Schnitt der Sichtlinie  $k$  mit der Flugzeugbahn  $g$  liefert  $s = 200$  und  $t = 30$ .

Das Flugzeug befindet sich zum Zeitpunkt  $t^*$  also im Punkt  $F^*(300 | 2000 | 800)$ .

Der vom Flugzeug in dieser Zeit zurückgelegte Weg in Meter beträgt  $|\overline{F F^*}| = 3000$ .

$$\text{Die Geschwindigkeit beträgt somit: } v_{F^*} = \frac{3000 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 150 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Aufgabe B 1.2**

Die Zufallsvariable  $X$  gibt die Anzahl der Mäuse, an denen sich Nebenwirkungen zeigen, an. Gilt  $H_0$ , dann ist  $X$  im Extremfall  $B_{900;0,02}$ -verteilt.

Gesucht ist die Zahl  $k_0$  mit  $P(X \leq k_0) \leq 0,01$  und  $P(X \leq k_0 + 1) > 0,01$ .

Mit dem GTR erhält man  $P(X \leq 8) \approx 0,00665$  und  $P(X \leq 9) \approx 0,01464$ .

Ergebnis: Falls bei einem Versuch mit 900 Mäusen höchstens 8 Tiere Nebenwirkungen zeigen, dürfen klinische Studien an Menschen durchgeführt werden.

**Aufgabe B 2.1**

a) Koordinatengleichung der Ebene E

Aus einer Parametergleichung für E:

$$\vec{x} = \vec{OA} + s \cdot \vec{AB} + t \cdot \vec{AD} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

ergibt sich als Koordinatenform:  $4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 29$ .

Form des Dreiecks ABD

$$|\vec{AB}| = \sqrt{1+16+64} = 9 ; |\vec{AD}| = \sqrt{49+16+16} = 9 ; |\vec{BD}| = \sqrt{64+64+16} = 12$$

Das Dreieck ABD ist gleichschenkelig, aber nicht gleichseitig.

Koordinaten von C

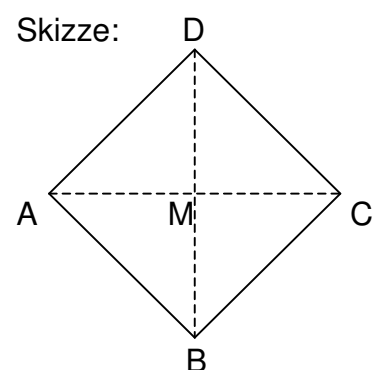
$$\text{Es gilt } \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{AD} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Somit  $C(-3|5|8)$ .

Koordinaten von M

M ist der Mittelpunkt der Strecke BD.

Damit:  $M(0|5|2)$ .



b) Die Raute ABCD bildet die Grundfläche der Pyramide. Ihr Flächeninhalt ist

$$A_R = \frac{1}{2} \cdot |\overline{AC}| \cdot |\overline{BD}| = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} -8 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{180} \cdot \sqrt{144} = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{5} \cdot 12 = 36\sqrt{5} .$$

Die Pyramidenhöhe  $h$  ist gleich dem Abstand des Punktes  $S$  von der Ebene  $E$ .

$$\text{HNF von } E: \frac{4x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 29}{\sqrt{45}} = 0$$

$$h = d(S; E) = \frac{|4 \cdot 8 + 5 \cdot 15 + 2 \cdot 6 - 29|}{\sqrt{45}} = \frac{90}{\sqrt{45}} = 6\sqrt{5}$$

$$\text{Pyramidenvolumen: } V = \frac{1}{3} \cdot A_R \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 36\sqrt{5} \cdot 6\sqrt{5} = 360 .$$

Das Volumen der Pyramide ist  $V = 360$ .

### Aufgabe B 2.2

a) Der „Adler“ kommt mit der Wahrscheinlichkeit  $1 - (1 - p)^2 = 0,9975$  an.

Die „Juhu“ kommt mit der Wahrscheinlichkeit  $p^4 + 4p^3(1-p) + 6p^2(1-p)^2 \approx 0,9995$  an.

Also ist die „Juhu“ sicherer als der „Adler“.

b) Wahrscheinlichkeit, dass der „Adler“ ankommt:  $f(p) = 1 - (1 - p)^2$

Wahrscheinlichkeit, dass die „Juhu“ ankommt:  $g(p) = p^4 + 4p^3(1-p) + 6p^2(1-p)^2$

Schnittstelle der Graphen von  $f$  und  $g$  im Intervall  $]0;1[$  ist  $p_0 \approx 0,67$  (GTR).

Dem Verlauf der beiden Graphen entnimmt man, dass für  $p < 0,67$  der „Adler“ sicherer ist als die „Juhu“.