

Vorbereitung und Durchführung der mündlichen Abiturprüfung im Fach Mathematik

Heidi Buck / Rolf Dürr

1. Ziele und Inhalte der mündlichen Abiturprüfungen
entfällt

2. Prüfung im mündlichen Prüfungsfach (vorbereitete Präsentation mit Prüfungsgespräch)
entfällt

**3. Mündliche Prüfung in den Fächern der schriftlichen Abiturprüfung
(Zusatzprüfung: Kurzvortrag mit Prüfungsgespräch)**

3.1 Aufgabenstellung

Laut Erlass soll der Schüler den Nachweis von fachlichem Wissen und der Fähigkeit, dies angemessen darzustellen erbringen, d. h. er soll neben der fachlicher Leistung auch die Transferfähigkeit, die Kommunikationsfähigkeit und die Methodenkompetenz unter Beweis stellen. Daher muss die Aufgabenstellung eine selbstständige Problemlösung und Darstellung ermöglichen. Sie soll möglichst offen und mehrdimensional strukturiert sein. Dabei können alle Lehrplanthemen einschließlich Wahlthemen bzw. Module berücksichtigt werden. Bei der Aufgabenstellung ist zu berücksichtigen, dass die mündliche Prüfung keine Wiederholung der schriftlichen Prüfung ist, sondern diese ergänzt. Bei der Erstellung der Aufgaben können die im folgenden Schaubild dargestellten Gesichtspunkte hilfreich sein.

Anforderungen in mündlichen Prüfungen im Fach Mathematik

fachlich

Wissen

Begriffe, Definitionen,
Sätze, Verfahren, ...

Anwenden

Regeln, Verfahren, ...

Verstehen

Zusammenhänge,
Bedeutung, ...

Problemlösen

neue Situationen unter-
suchen und bearbeiten

Bewerten

Lösungen, Lösungswege,
Aussagen, ...

überfachlich

Präsentieren

Überblick geben,
prägnant darstellen,
veranschaulichen
(verbalisieren und
visualisieren), Beispiele geben, ...

Kommunizieren

Kontakt aufnehmen,
zuhören, auf Fragen eingehen,
nachfragen, ...

Verschiedene Aufgabenvorschläge finden Sie unter 4. Aufgabenvorschläge.

3.2 Prüfungsgespräch

Die Prüfung wird in Form einer Einzelprüfung (Dauer: 20 Minuten) mit einer Vorbereitungszeit (20 Minuten) durchgeführt.

Die Prüfung beginnt mit der Präsentation der Lösung zu der gestellten Aufgabe in einem selbstständigen ca. 10-minütigen Schülervortrag. Diese Präsentation kann medienunterstützt sein (z. B. Folie, Moderationskarten, ...).

Der zweite Teil (Prüfungsgespräch) von etwa gleicher Dauer sollte mit unmittelbaren Rückfragen zu der präsentierten Lösung beginnen. Weitere Fragen dienen der Erweiterung des Umfelds der Prüfungsaufgabe und vor allem der Prüfung weiterer Lehrplaninhalte. In diesem Teil wird Wert gelegt auf den Nachweis der Breite (weniger der Tiefe) des Gelernten. An ein Abfragen nicht zusammenhängender Inhalte ist nicht gedacht.

3.3 Vorschläge für Beurteilungskriterien

Die Beurteilung der mündlichen Prüfung bezieht sich sowohl auf die fachliche als auch auf die überfachliche Kompetenz des Prüflings, also auf Inhalt und Präsentation.

Bei der Festlegung der Note können folgende Gesichtspunkte hilfreich sein.

Überblick über mögliche Beurteilungsfehler in mündlichen Prüfungen

Die Testtheorie stellt an jede Art von Messung, also insbesondere auch an die Messung von Lernleistungen drei Anforderungen (sog. Gütekriterien).

- a) **Objektivität:** Das Ergebnis einer Messung/Beurteilung soll unabhängig von dem Beurteiler sein.
- b) **Zuverlässigkeit (Reliabilität):** Bei mehrmaliger Messung/Beurteilung desselben Merkmals soll der Beurteiler stets zum selben Ergebnis kommen.
- c) **Gültigkeit (Validität):** Es soll tatsächlich das Merkmal gemessen/beurteilt werden, das man messen/beurteilen will.

Zu a):

Die Unabhängigkeit vom Beurteiler soll dadurch gewährleistet werden, dass die Note im mündlichen Abitur von drei Prüfern gemeinsam erteilt wird. Dazu ist allerdings notwendig, dass jeder seine Meinung vertritt und kein Prüfer zu dominieren versucht.

Es gibt aber Einflussfaktoren, die möglicherweise bei allen Prüfern verzerrend auf die Beurteilung wirken:

- Vorinformationen: z.B. über Noten in 12/13; Note im schriftlichen Abitur; Ergebnisse in anderen mündlichen Prüfungen;...
Abhilfe: nicht alle Prüfer sollten über alle Vorinformationen verfügen; sich den Einfluss der Vorinformationen bewusst machen.
- sachfremde Aspekte: Sympathie/Antipathie; Kleidung; Umgangsformen; ..
dieses Problem wird z.T. durch die Anwesenheit dreier Beurteiler gemildert.
Ansonsten hilft wieder nur, sich diese Aspekte bewusst zu machen.

Fast jeder Beurteiler hat „Tendenzen“: Tendenz zur Mitte, zu Extremen, Milde, Strenge, ...

Reihenfolge-Effekt: i.A. werden bei den ersten Prüfungen besonders gute, oft auch besonders schlechte Noten vermieden.

Der oft geäußerte Wunsch, erst nach mehreren Prüfungen die Noten zu erteilen, ist m.E. zu recht unzulässig. Jeder Schüler soll an den Anforderungen und nicht an den Leistungen der Mitschüler gemessen werden.

Abhilfe: Vor der Prüfung klare Beurteilungskriterien aufstellen, am besten unter den Prüfern abstimmen.

Zu b):

Jede einmalige Leistungsmessung steht in der Gefahr, nicht reliabel zu sein.

(Kein Vokabeltest fragt nur eine Vokabel ab)

Übliche Abhilfe: Mehrere ähnliche Aufgaben stellen (z.B. 5 Funktionen ableiten lassen).

In mündlichen Prüfungen kann man durch nachfragen und wohldosierte Hilfestellungen auch bei einer Aufgabe ein zuverlässiges Bild der Schülerleistung erhalten.

Grundproblem: Verschiedene Schüler erhalten unterschiedliche Aufgabenstellungen. Es ist sehr wohl denkbar, dass ein Schüler bei verschiedenen Aufgaben ganz unterschiedliche Noten erhalten würde.

Abhilfeversuch: Rechtzeitige Bekanntgabe von Inhalten und Anforderungen.

Ein Rest an mangelnder Zuverlässigkeit der Beurteilung bleibt dennoch.

Zu c):

Bei jeder Prüfung werden andere Aspekte als die mathematische Kompetenz mitgemessen. Dies ist zum Teil unvermeidlich.

So wird man z.B. den Faktor „Stressbewältigung“ wohl niemals völlig ausschalten können. Der Aspekt „fehlende Vorbereitungszeit“ ist durch eine überlegte Dosierung des Umfangs der Aufgabenstellung jedoch leicht vermeidbar.

Andere Faktoren sollten nicht unreflektiert mit beurteilt werden. Wenn allen Beteiligten klar ist, dass z.B. die Anschaulichkeit der Präsentation ein Kriterium der Benotung ist, ist die Validität nicht verletzt.

Die folgenden Ausführungen sind das Ergebnis einer ausgedehnten Diskussion unter Fachkolleginnen und Fachkollegen während einer Akademietagung. Sie können einen Orientierungsrahmen für die Prüfungskommissionen darstellen. Begründete Abweichungen sind jedoch jederzeit möglich. Die Diskussion zeigte zusätzlich, dass eine weitere Reglementierung bzw. Vereinheitlichung nicht sinnvoll ist, weil die Prüfungssituationen so vielfältig und vielschichtig sind.

Allgemeine Grundsätze

- Prüfung "pro Schüler" (kein Kreuzverhör; keine reine Prüfung auf Defizite).
- Die Prüfung muss ein Endergebnis von fünfzehn Notenpunkten ermöglichen. Alternativ: Niveau der Fragen muss so gesteigert werden, dass ein Endergebnis von 15 Notenpunkten möglich ist.
- Die Aufgabe muss einen zehnminütigen Vortrag ermöglichen.
- Die Aufgabe sollte in der vorgegebenen Zeit vollständig bearbeitet werden können.
- Der Wechsel des Prüfungsgebiets nach ca. zwölf Minuten ist wünschenswert.
- Die Präsentation (einschließlich der Nachfragen zur Präsentation) muss das Potenzial für fünfzehn Notenpunkte haben.

Beurteilungskriterien für die gesamte Prüfung

- Fachliche Richtigkeit
- Kommunikationsfähigkeit
- Vollständigkeit / Schwerpunktsetzung
- Logischer Aufbau
- Erweiterungsmöglichkeiten erkennen
- Darstellung / Veranschaulichung
- Sprache (nicht nur Fachsprache)

Zusätzliche Beurteilungskriterien für den Schülervortrag

- Logischer Aufbau
- Erweiterungsmöglichkeiten erkennen
- Medieneinsatz
- Visualisierung

Zusätzliches Beurteilungskriterium für das Prüfungsgespräch

- Flexibilität

Tipps

- Es ist unabdingbar, dass alle Prüflinge über die veränderte Form der Prüfung und die gewählten Kriterien rechtzeitig informiert werden.
- Die Prüflinge müssen rechtzeitig auf die veränderte Prüfung vorbereitet werden ("Wie gelernt, so geprüft").

Die Prüfungskommission muss sich vor der Prüfung über die Kriterien und deren Gewichtung einigen. Die Diskussion darf nicht in der Prüfung und nicht zu Lasten der Prüflinge stattfinden. Möglicherweise kann man sich bereits bei der Vorlage der Prüfungsaufgaben einigen. Die Prüfungsaufgaben sollen dem Prüfungsvorsitzenden / der Prüfungsvorsitzenden (und möglichst auch dem Protokollanten / der Protokollantin) rechtzeitig zugehen, so dass eventuelle Missverständnisse vor der Prüfung geklärt werden können.

3.4 Vorbereitung der Prüfung im Unterricht

In der mündliche Prüfung muss der Schüler in einer Einzelprüfung vor einer Kommission aus schulinternem Prüfer und externem Prüfer sein Wissen unter Beweis stellen. Diese Situation ist für den Schüler ungewohnt und es stellt sich die Frage, in welchen Unterrichtssituationen er darauf langfristig und schrittweise vorbereitet werden kann.

Es hat sich als sinnvoll erwiesen, das Thema „Präsentation bei einer mündlichen Prüfung“ rechtzeitig im Unterricht zu thematisieren und z. B. mithilfe einer Trainingsspirale nach H. Klippert zu erarbeiten. Im Anschluss daran sollten die Schüler möglichst häufig Übungssituationen im Fachunterricht nutzen, um das Erarbeitete einzuüben.

In der Oberstufe sind z. B. folgende Übungsfelder denkbar:

- Kurzvorstellung von Ergebnissen bei Arbeitsaufträgen während des Unterrichts
- Vorstellung von Hausaufgaben (ev. mit vorbereiteter Folie)
- Vorstellung von Ergebnissen bei Projektthema
- Andere Form der Lernleistung, z. B. Referat, Präsentation mit Kolloquium, mündliche Prüfung
- Seminarkurs mit Präsentation und Kolloquium

Die Anzahl der Übungssituationen (Einzelvortrag mit anschließendem Prüfungsgespräch) sind eher gering und die Situation (Lehrer + externer Prüfer) ist ungewohnt für den Schüler. Die Prüfungssituation sollte daher im Unterricht thematisiert werden. Dabei können folgende Fragen hilfreich sein:

- Kennt jeder Schüler sein spezifisches Prüfungsverhalten: Stärken – Schwächen? (Beispiele: Prüfungsangst; Körpersprache; Formulierungsprobleme; ...)
- Wie kann der Schüler die Probleme ermitteln?
- Wie kann er trainieren (ev. auch außerhalb des Unterrichts)?
- Wie können Stärken gezielt eingesetzt werden?
- Kennt der Schüler den Prüfungsablauf, die Bewertungskriterien, ...?
- Verfügt der Schüler über eine Prüfungstaktik
 - a) zur langfristigen und kurzfristigen Prüfungsvorbereitung,
 - b) zum Verhalten während der 20-minütigen Vorbereitungszeit,
 - c) zum Verhalten in der Prüfung?

Zu a)

Langfristige Vorbereitung

Fachlich

- Überblicke über Themenkreise anlegen, dabei eine klare Systematik des Überblicks festlegen
- Stichwortartige Zusammenfassungen der Themenkreise anlegen
- Unklarheiten rechtzeitig klären

Überfachlich

- Verhalten bei Vorträgen üben: Chancen im Unterricht nutzen, Vorträge vor sich selbst oder einem Mitschüler halten, Videoaufnahme eines Vortrags machen
- Freies Vortragen üben (Stichwort-Methoden einsetzen, ...)

Kurzfristige Vorbereitung

- Stichwortartige Zusammenfassungen memorieren
- Das Vortragen aus den Stichworten vor sich selbst üben
- Medieneinsatz klären

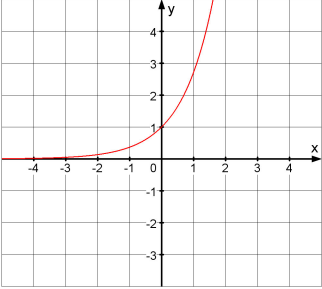
Zu b) und c) sei hier auf das Buch von S. Gora ‚Schule der Rhetorik, Klett Verlag verwiesen.

4. Aufgabenvorschläge

Die veränderten Aufgaben sollen dem Prüfling ermöglichen, sein fachliches und methodische Können zu zeigen. Hierzu benötigt man, neben dem traditionellen einfachen Einstieg, einen deutlich ansteigenden Schwierigkeitsgrad in den Aufgabenteilen, eine möglichst offene Fragestellungen zumindest im letzten Teil und an geeigneten Stellen die Möglichkeit, dass die Schülerin bzw. der Schüler von sich aus auf andere mathematische Inhalte verzweigt und so ihren / seinen fachlichen Überblick nachweist.

Während der Tagung zeigte sich, dass die Umformulierung herkömmlicher Aufgaben unter den genannten Gesichtspunkten leicht fällt.

Beispiel

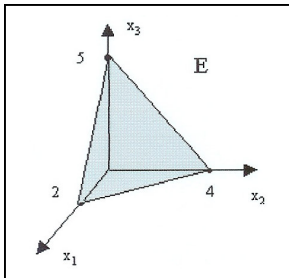
<p>Gegeben sind die Funktionen f_1, f_2, f_3 und f_4 mit</p> $f_1(x) = e^x;$ $f_2(x) = e^{-x};$ $f_3(x) = -e^x;$ $f_4(x) = 2 - e^{-x}.$	<p>Voraussetzung</p>
<p><Auf der Folie ist das Schaubild einer die:  inet. ></p> <p>Zeichnen Sie die Schaubilder der anderen drei Funktionen ein.</p>	<p>Leichter Einstieg.</p> <p>Schwache Schülerinnen / Schüler können Wertetafel bzw. Schaubild auch über GTR berechnen bzw. darstellen. Starke Prüflinge argumentieren mit Abbildungen.</p> <p>Die Grundlage einer Präsentation über Folie ist gegeben.</p>
<p>Prüfen Sie rechnerisch nach, ob sich die Schaubilder von f_1 und f_4 berühren.</p>	<p>Die Schülerin / der Schüler wählt die Methode selbst. Der Einsatz des GTR ist möglich.</p>
<p>Stellen Sie Anwendungen dar, bei denen Exponentialfunktionen eine Rolle spielen.</p>	<p>Offene Fragestellung. Schnell ansteigender Schwierigkeitsgrad. Verzweigungen sind möglich, z.B. zu den Wachstumsfunktionen.</p>
<p>Warum verwendet man dabei meistens die Basis e?</p>	<p>Verzweigung ist möglich, z.B. zur Herleitung von e. Auch Spitzenleute sind gefordert!</p>

Weitere Aufgaben

Aufgabe 1: (Ebenen)

a) Eine Ebene hat die Parametergleichung $\vec{x} = \vec{p} + s \cdot \vec{u} + t \cdot \vec{v}$; mit $s, t \in \mathbb{R}$.
Erläutern Sie die darin vorkommenden Vektoren anhand einer Skizze.

b) Die untenstehende Abbildung zeigt die Skizze einer Ebene E. Geben Sie eine Parametergleichung von E an. Gibt es noch weitere Parametergleichungen von E?



c) Was versteht man unter der Normalenform einer Ebenengleichung? Wie erhält man aus einer Parametergleichung einer Ebene eine Gleichung in Normalenform? Welche Vorteile hat die Normalenform?

Aufgabe 2: (Gebrochenrationale Funktionen)

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{2x - 4}{x + 1} .$$

- Untersuchen Sie das Schaubild von f auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und auf Asymptoten. Skizzieren Sie das Schaubild von f.
- Erläutern Sie den Begriff "waagerechte Asymptote".
- Welche anderen Arten von Asymptoten können Schaubilder von gebrochenrationalen Funktionen noch haben? Geben Sie jeweils ein Beispiel an.
- Gibt es gebrochenrationale Funktionen, deren Schaubilder keine senkrechten Asymptoten haben?

Aufgabe 3: (Lineare Gleichungssysteme)

a) Berechnen Sie die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems.

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 = 10$$

$$x_2 + x_3 = 1$$

$$2x_2 - 3x_3 = -13$$

b) Beschreiben Sie das Gauß-Verfahren zur Bestimmung der Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystem.

c) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems.

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

Geben Sie die Lösungsmenge auch in Vektorform an.

d) Interpretieren Sie die Aufgabe c) samt Ihrer Lösung geometrisch.

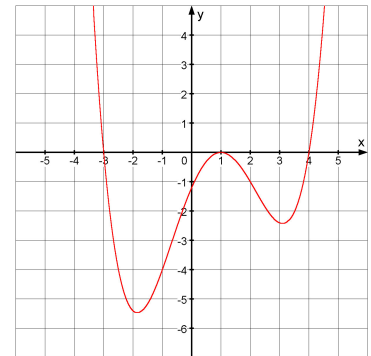
Aufgabe 4: (Geraden)

- Die Gerade g geht durch die Punkte $A(2|1|0)$ und $B(3|0|2)$. Prüfen Sie, ob der Punkt $C(0|3|-4)$ auf der Geraden g liegt.
- Die Gerade h ist parallel zur Geraden g und geht durch den Punkt $D(0|0|4)$. Geben Sie eine Gleichung der Geraden h an. Erläutern Sie, wie man den Abstand der beiden Geraden g und h berechnen kann.
- Was versteht man unter "windschiefen" Geraden? Wie kann man die gegenseitige Lage zweier Geraden untersuchen?

Aufgabe 5: (Schaubilder)

Gegeben ist folgendes Schaubild einer Funktion f .

- Skizzieren Sie das Schaubild der zugehörigen Ableitungsfunktion f' .
- Was lässt sich über das Schaubild einer zu f gehörenden Stammfunktion F aussagen? (Hinweis: Denken Sie an Hoch-, Tiefpunkte, Monotonieverhalten, Links-, Rechtskrümmung, Wendepunkte (mit kurzer Begründung!)).



Diskussion zu Aufgabe 5

Sind die Hinweise in der Klammer nötig?

Vorschlag zur Formulierung:

Teil 1: Überprüfen Sie die Extrempunkte!

Teil 2: Überprüfen Sie weitere Eigenschaften!

Aufgabe 6: (Exponentialfunktion)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = (x - 5) e^x$.

- Skizzieren Sie mit Hilfe des GTR den Graphen der Funktion f .
Hat das Schaubild Asymptoten?
- Wie kann man Extremstellen der Funktion rechnerisch bestimmen?
- Die Funktion f gehört zur Funktionenschar g mit $g(x) = a(x - d) e^x$.
Zusammenhang?

Diskussion zu Aufgabe 6

Genügt diese Formulierung aus Teil a)?

Ist präziser nach den Asymptoten zu fragen?

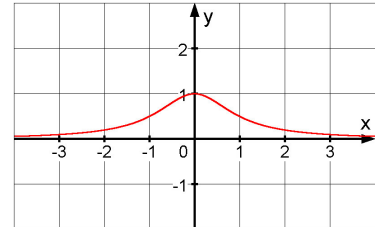
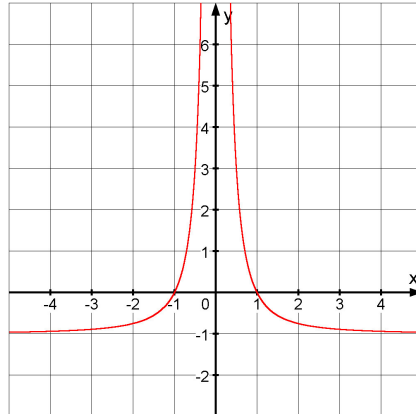
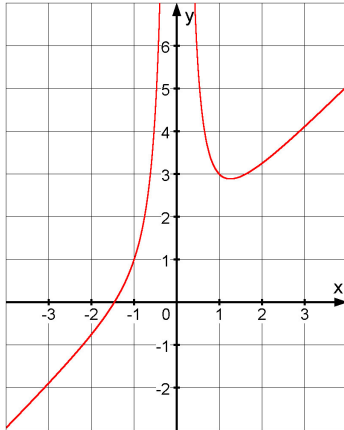
Wie wurde es im vorhergehenden Unterricht geschult?

Reicht das Stichwort "Zusammenhang" in Teil c) aus?

Aufgabe 7: (Gebrochen rationale Funktionen)

a) Ordnen Sie folgende Funktionsterme den abgebildeten Schaubildern zu (mit kurzer Begründung).

$$f_1(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad f_2(x) = x + 1 + \frac{1}{x^2}, \quad f_3(x) = \frac{1}{x^2} - 1$$



b) Erläutern Sie, wie man den Extremwert von f_1 - ohne Verwendung des Schaubildes - bestimmen kann. Um welche Art des Extremums handelt es sich?

Hinweis zu Aufgabe 7

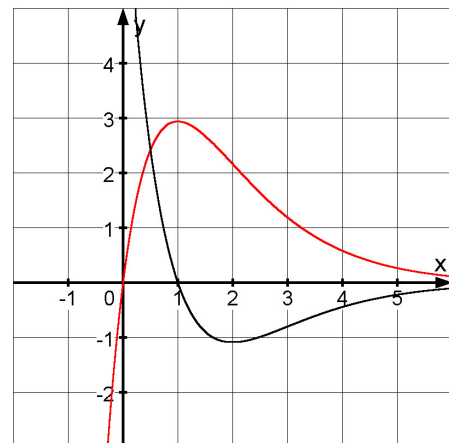
Um die Aufgaben bewerten zu können, wären ein Erwartungshorizont und weitergehende Fragestellungen für jeden Schwierigkeitsgrad sinnvoll.

Aufgabe 8: (Ableitungsfunktion)

a) Erläutern Sie die geometrische Bedeutung der 1. Ableitung anhand der Funktion f mit

$$f(x) = (x-1)^2, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- b) Von den zwei Kurven K und C (siehe Abbildung oben) stellt eine das Schaubild einer Funktion f , die andere das Schaubild der Ableitungsfunktion f' dar. Welche Kurve ist das Schaubild von f ? Begründen Sie Ihre Aussage.
 c) Welche Aussagen kann man mithilfe der 1. Ableitung über den Verlauf des Schaubilds einer Funktion f treffen?

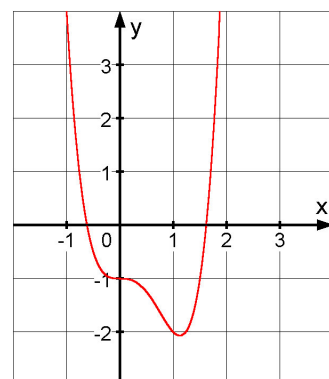


Aufgabe 9: (Extremwerte und Ableitungsfunktion)

- a) Erläutern Sie anhand einer Skizze die Begriffe absolute und relative Extrema.
 b) Wie können Extremwerte ermittelt werden?
 c) Ermitteln Sie die Hoch- bzw. Tiefpunkte im Schaubild der Funktion f mit

$$f(x) = \frac{8x + 4}{x^2}$$

d) Gegeben ist das folgende Schaubild einer Funktion g . Skizzieren Sie das Schaubild der Ableitungsfunktion.



Hinweis zu Aufgabe 9

Es handelt sich um die Funktion f mit $f(x) = 2x^4 - 3x^2 - 1$.

Zusätze:

Wendepunkte / Begriffe: notwendig, hinreichend; Beispiele dazu; Verschiebung des Graphen um 1 nach oben, wie ändert sich Funktionsterm?

Aufgabe 10: (Asymptoten)

Gebrochenrationale Funktionen / Asymptoten / Einsatz GTR

a) Untersuchen Sie die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{x^2 + 4}{2x}.$$

Skizzieren Sie das Schaubild und erläutern Sie die wesentlichen Eigenschaften des Graphen.

b) Zählen Sie die verschiedenen Arten von Asymptoten bei gebrochenrationalen Funktionen auf. Erläutern Sie jeweils anhand eines geeigneten Beispiels.

Aufgabe 11: (Abstände)

Die Ebene E ist parallel zur x_1 -Achse und enthält die Punkte $A(1|2|1,5)$ und $B(2|4|0)$.

a) Stellen Sie eine Gleichung von E auf und erläutere deine Vorgehensweise.

b) Wählen Sie einen Punkt, der nicht in E liegt und bestimmen Sie seinen Abstand zur Ebene E .

c) Welche Methoden zur Abstandsberechnung eines Punktes von der Ebene kennen Sie? Bewerten Sie die Verfahren.

Aufgabe 12: (Geraden und Ebenen)

Die Ebene E ist parallel zur x_1 -Achse und enthält die Punkte $A(1|2|1,5)$ und $B(2|4|0)$.

a) Skizzieren Sie die Ebene im Koordinatensystem und beschreiben Sie die Ebene in mathematisch verschiedenen Formen.

b) Skizzieren Sie Ebenen in spezieller Lage und geben Sie jeweils eine mögliche Gleichung dazu an.

c) Wie lassen sich Geraden im Koordinatensystem darstellen? Berücksichtigen Sie auch spezielle Lagen.

Aufgabe 13: (Spiegelpunkt)

a) Welches ist der Spiegelpunkt P' von $P(1|2|3)$ bei Spiegelung - an der x_1x_2 -Ebene - am Ursprung 0 - an der Ebene ...

b) Wie geht man vor, wenn man einen Punkt P an - einem Punkt Q - einer Geraden g - einer Ebene E spiegelt?

c) Wie lässt sich eine Gerade g an einer Ebene E spiegeln?